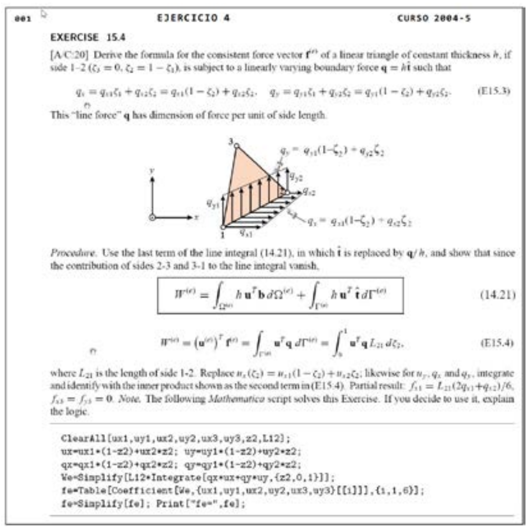
APELLIDOS, NOMBRE: ____**E-MAIL(UPV):** _________________

Estas ACTIVIDADES DE CLASE deberá realizarse descargando los documentos *NB* disponibles en las páginas web, completandolos adecuadamente, denominandolos de la forma especificada y subiendolos a tu cuenta de entrega personal. En este documento *PDF* habrá que contestar a las *PREGUNTAS* que planteo a lo largo de la grabación en video correspondiente a la clase.

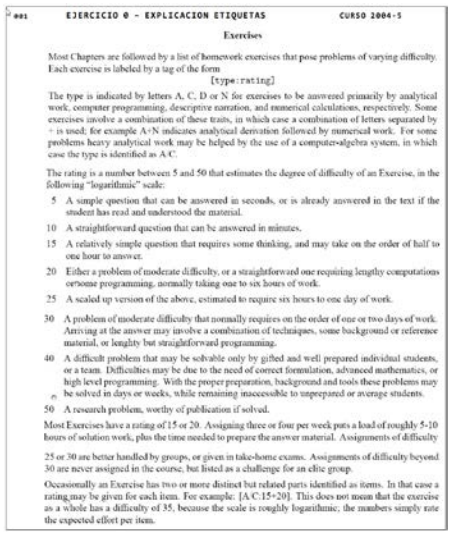
Para familiarizarnos con la ***formulacion del Elemento Triangular Lineal*** para el problema de la Tensión Plana, con el concepto de ***Representación Isoparamétrica*** y con la ***Formulacion del Elemento Cuadrilátero***, su definición, su terminología y su planteamiento; durante las explicaciones en clase habrá que completar este documento PDF.

Estas son imágenes de algunos de los ejercicios considerados en las ACTIVIDADES de esta CLASE:

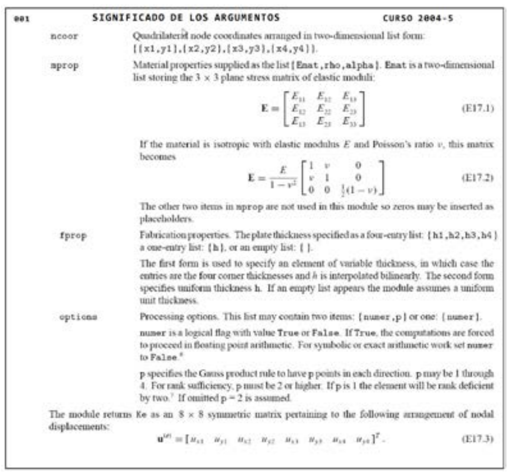
17-CP-C3-Mathematica-C



17-CP-C4-Mathematica-C



17-CP-C5-Mathematica-C

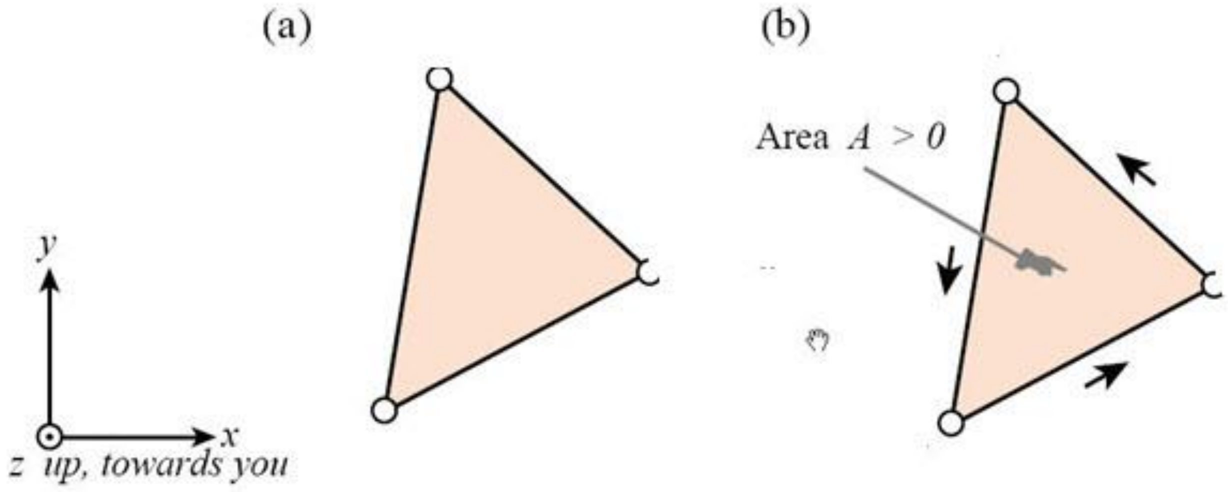


PREGUNTAS Y TUS CONTESTACIONES:

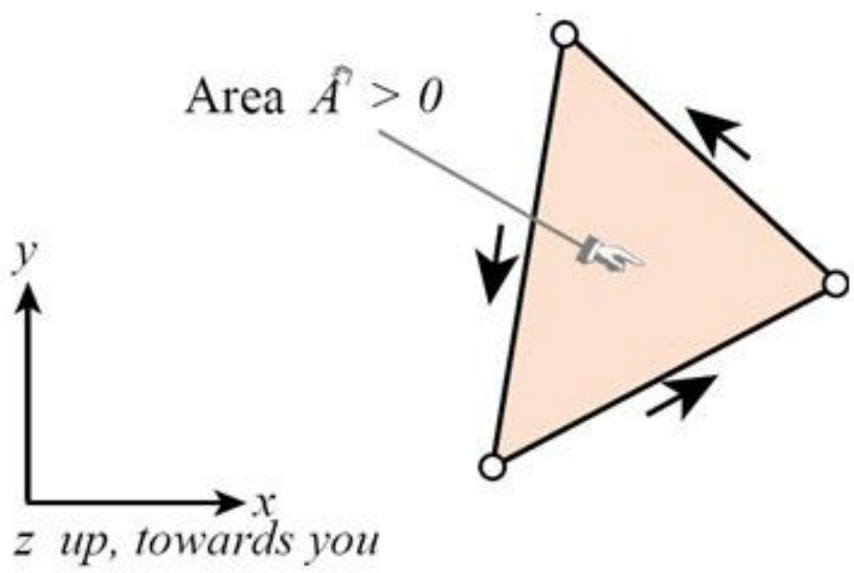
DOCUMENTO PDF A COMPLETAR:

APELLIDOS, NOMBRE: ____E-MAIL(UPV):___________________

DEFINICION DEL ELEMENTO TRIANGULAR



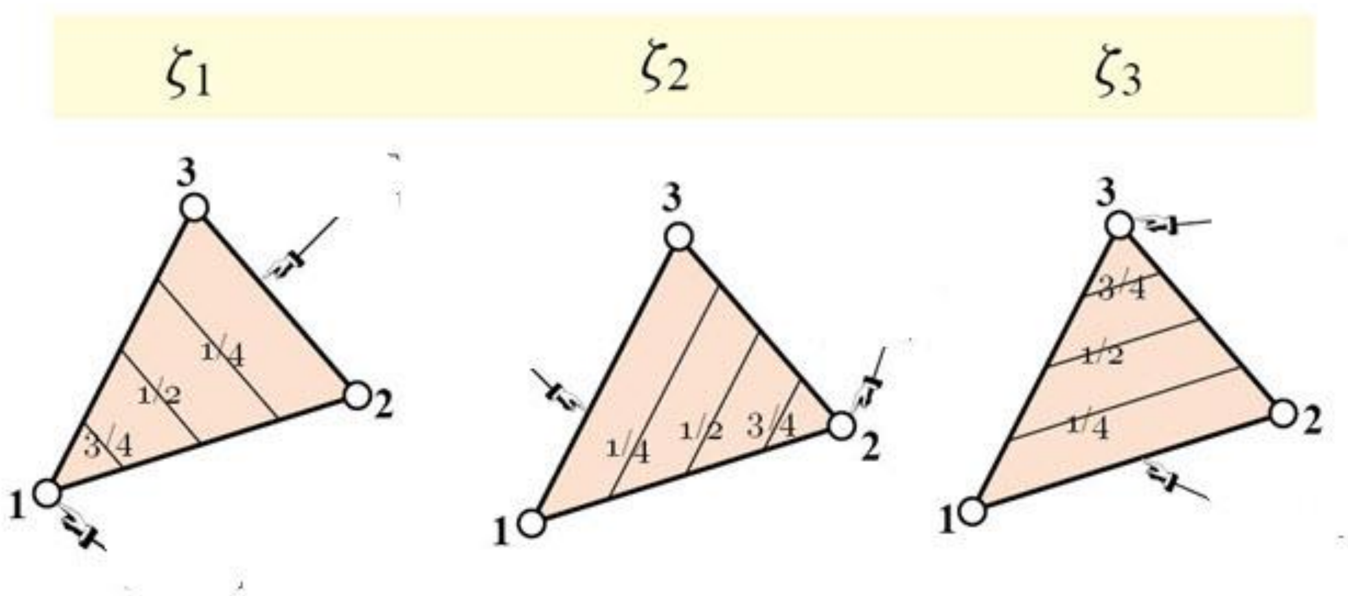
AREA ES POSITIVA SI …



The area of the triangle is denoted by A and is given by

$$2A = \det\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

COORDENADAS PARAMETRICAS - COORDENADAS TRIANGULARES (CT)

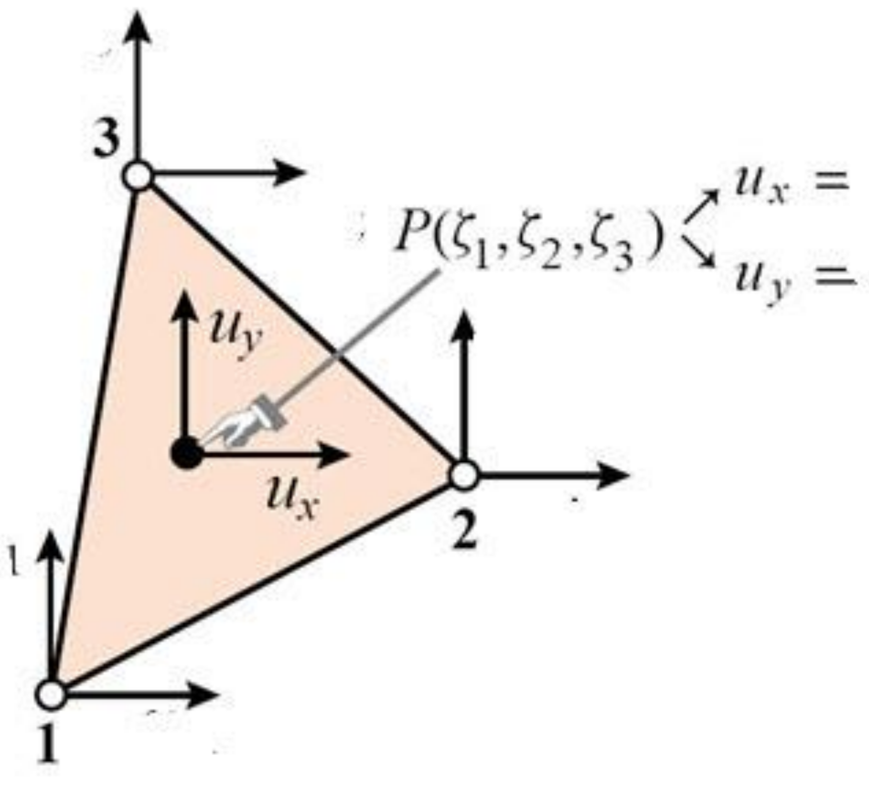


APELLIDOS, NOMBRE: ____E-MAIL(UPV):___________________

TRANSFORMACION DE COORDENADAS TRIANGULARES - CARTESIANAS

FUNCIONES DE FORMA DEL ETL = COORDENADAS TRIANGULARES

FORMUALCION ETL – INTERPOLACION DESPLAZAMIENTOS



APELLIDOS, NOMBRE: ____E-MAIL(UPV):___________________

FORMULACION ETL – OBTENCION DE LAS DEFORMACIONES

FORMULACION ETL – OBTENCION DE LAS TENSIONES

FORMULACION ETL – MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO

ESPESOR h CONSTANTE

APELLIDOS, NOMBRE: ____E-MAIL(UPV):__________________

REPRESENTACION ISO-P DE ELEMENTOS 2D CON N NODOS PROBLEMA TENSION PLANA

Iso-P Representation of 2D Plane Stress Elements with n Nodes

Element Geometry:

$$1=\sum_{i=1}^{n} \qquad , \qquad x=\sum_{i=1}^{n} \qquad , \qquad y=\sum_{i=1}^{n}$$

Displacement Interpolation

$$u_x=\sum_{i=1}^{n} \qquad , \qquad u_y=\sum_{i=1}^{n} u_{yi}N_i^{(e)}$$

Matrix Form of Above

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ \\ u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ & & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ & & \dots & \\ u_{y1} & u_{y2} & \dots & u_{yn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1^{(e)} \\ \\ \vdots \\ N_n^{(e)} \end{bmatrix}$$

ES POSIBLE INTERPOLAR MAGNITUDES ADICIONALES

thickness h

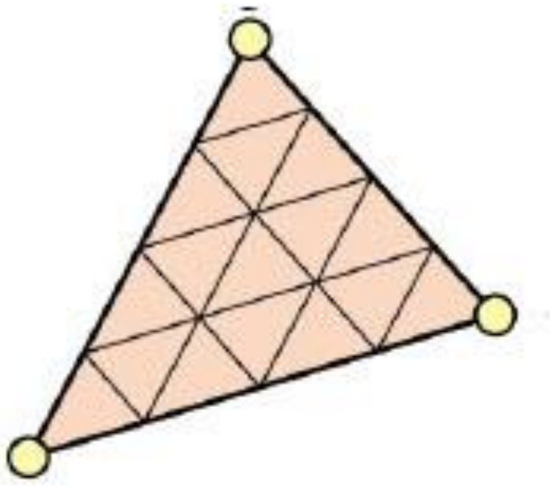
temperature T

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ u_x \\ u_y \\ \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ u_{x1} & u_{x2} & \dots & u_{xn} \\ u_{y1} & u_{y2} & \dots & u_{yn} \\ & & \dots & \\ T_1 & T_2 & \dots & T_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1^{(e)} \\ \\ \vdots \\ N_n^{(e)} \end{bmatrix}.$$

APELLIDOS, NOMBRE: ____E-MAIL(UPV):__________________

REPRESENTACION ISOPARAMETRICA DEL ELEMENTO TRIANGULAR LINEAL

The Linear Triangle

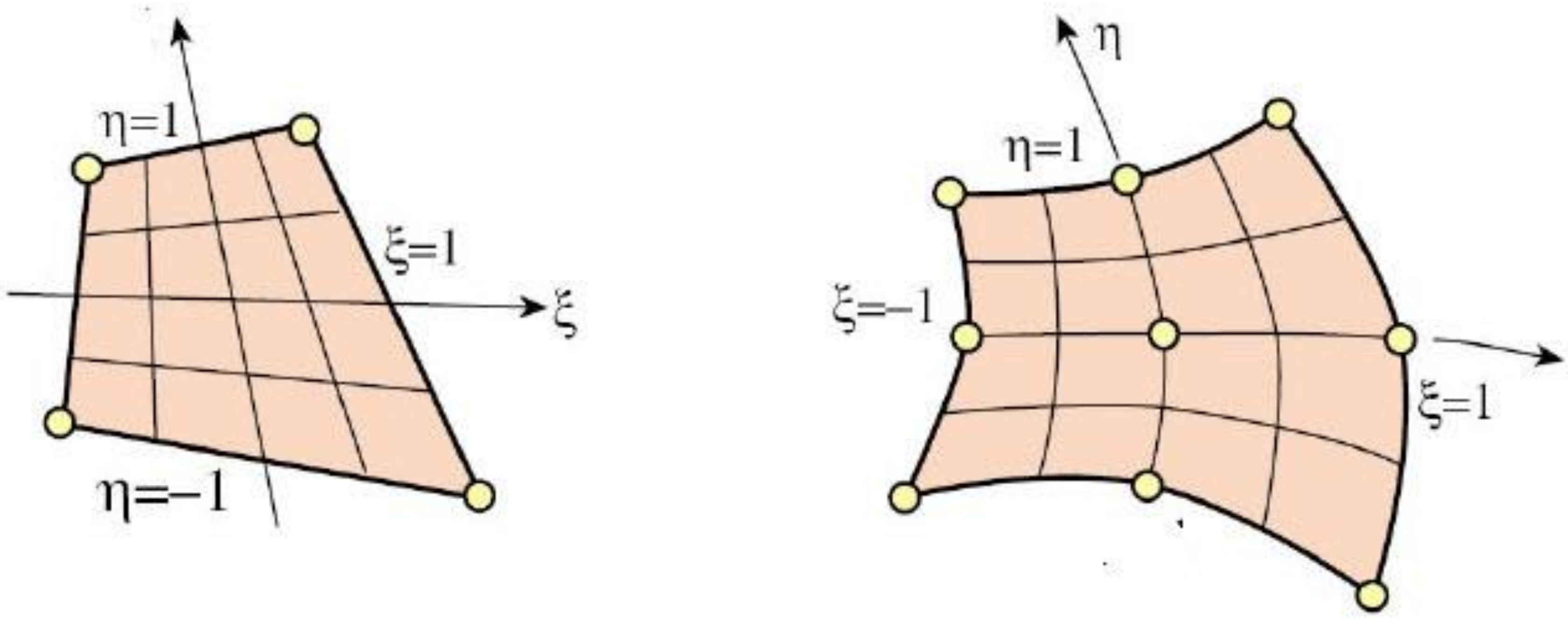


$$\begin{bmatrix} 1 \\ y \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ u_{y1} & u_{y2} & u_{y3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1^{(e)} \\ N_3^{(e)} \end{bmatrix}$$

$$N_1^{(e)} = \zeta_1, \qquad N_2^{(e)} = \quad , \qquad N_3^{(e)} =$$

COORDENADAS DEL CUADRILATERO

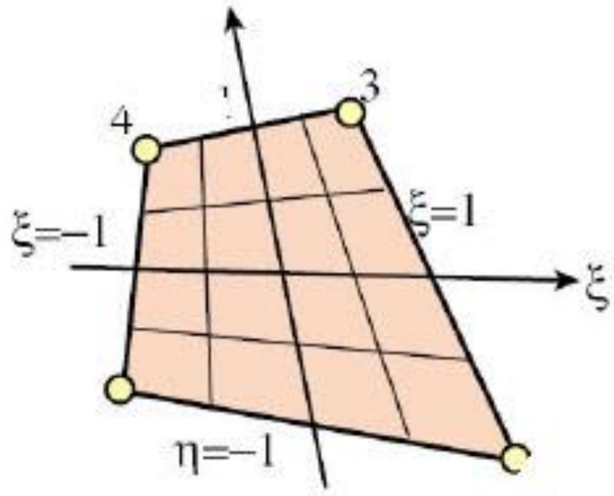
Quadrilateral Coordinates ξ, η



APELLIDOS, NOMBRE: ____E-MAIL(UPV):___________________

REPRESENTACION ISOPARAMETRICA DEL CUADRILATERIO BILINEAL DE 4 NODOS

4-Node Bilinear Quadrilateral



$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ & & & \\ u_{y1} & u_{y2} & u_{y3} & u_{y4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ N_2^{(e)} \\ \\ N_4^{(e)} \end{bmatrix}$$

$$N_1^{(e)} = \tfrac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$$
$$N_2^{(e)} = \tfrac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$$
$$N_3^{(e)} =$$
$$N_4^{(e)} = \tfrac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

NECESITAMOS CALCULAR LAS MATRICES JACOBIANA Y SU INVERSA

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix} = \mathbf{J}^T \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \\ d\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-T} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

in which

$$\mathbf{J} = \frac{\partial(x,y)}{\partial(\xi,\eta)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{J}^{-1} = \frac{\partial(\xi,\eta)}{\partial(x,y)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$J = |\mathbf{J}| = \det \mathbf{J}$$

APELLIDOS, NOMBRE: ____E-MAIL(UPV):__________________

Y LAS DERIVADAS PARCIALES DE LAS FUNCIONES DE FORMA

$$\frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \frac{}{\partial x}$$

$$\frac{\partial N_i^{(e)}}{} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} \frac{}{\partial y} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

Main problem is to get $\frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \frac{}{\partial x} \quad \frac{}{\partial y} \quad \frac{\partial \eta}{\partial y}$

LOS ELEMENTOS DE LA INVERSA DE LA MATRIZ JACOBIANA SERAN LOS QUE NECESITAMOS

Compute the 2 x 2 Jacobian matrix

$$\mathbf{J} = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

Then invert to get

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \end{bmatrix}$$

These are the quantities we need for the S.F. partials

APELLIDOS, NOMBRE: ____E-MAIL(UPV):___________________

INTEGRACION NUMERICA MEDIANTE REGLAS DE GAUSS

REGLAS UNIDIMENSIONALES

$$\int_{-1}^{1} F(\xi)\, d\xi = \sum_{i=1}^{p} \quad F(\xi_i).$$

One point: $\int_{-1}^{1} F(\xi)\, d\xi \doteq 2F(0),$

Two points: $\int_{-1}^{1} F(\xi)\, d\xi \doteq F(-1/\sqrt{3}) + F(\qquad),$

Three points: $\int_{-1}^{1} F(\xi)\, d\xi \doteq \frac{5}{9}F(-\sqrt{3/5}) + \frac{8}{9}F(\quad) + \frac{5}{9}F(\sqrt{3/5})$

REPRESENTACION GRAFICA DE LAS REGLAS UNIDIMENSIONALES