1. INTRODUCCION.

Cuando se dispone de modelos virtuales de mecanismos planos en un programa de CAD, se está en condiciones de poder crear un modelo cinemático virtual en un programa de CAE. En este módulo se presenta la forma de elaborar un modelo cinemático en el entorno de un programa de simulación cinemática y dinámica de mecanismos. Dado que en el programa de ordenador que vamos a utilizar se consideran los modelos virtuales de mecanismos como espaciales, en primer lugar revisaremos la movilidad de este tipo de mecanismos. Seguidamente presentaremos el concepto de mecanismo autoalineador, Y por último, antes de empezar las actividades prácticas, revisaremos los tipos de pares cinemáticos disponibles en cualquier programa de simulación de mecanismos.

1.1. Presentación.

En las actividades programadas comenzaremos con los modelos virtuales de mecanismos de la Colección de Artobolevsky. La movilidad como mecanismo plano fue comprobada en la correspondiente actividad del módulo previo. Aquí comenzaremos comprobando la movilidad utilizando la fórmula de Gruebler correspondiente para mecanismos espaciales. Observaremos la gran cantidad de restricciones de exceso que aparecen. Seguidamente definiremos un modelo cinemático en el entorno del programa CAE que vamos a utilizar, basado en el clásico denominado ADAMS, que está integrado en la aplicación CAD con la que se crearon los modelos virtuales. Por ultimo volveremos a comprobar la movilidad con la formula mencionada, pero utilizando los pares redefinidos durante el proceso de creación del modelo cinemático con la aplicación CAE mencionada.

Crearemos el modelo cinemático de todos y cada uno de los mecanismos que analizamos en el módulo previo. Por lo que también estudiaremos cinematicamente los mecanismos planos que podemos encontrar en los modelos virtuales Lego Technic.

1.2. Utilidad del Modulo

Por parte del autor se considera que la utilidad fundamental que la realización de las actividades prácticas que constituyen este módulo tiene es contribuir al entendimiento de las maquinas mecánicas, y por lo tanto facilitar el proceso de diseño de las mismas desde un punto de vista profesional.

1.3. Conocimientos Previos.

Aunque es de gran ayuda tener conocimientos previos sobre la Teoría de Mecanismos y Maquinas, la forma de plantear el modulo y el tipo de actividades propuestas permite su realización sin contar con conocimientos previos excesivos.

1.4. Objetivos

De acuerdo con las finalidades planteadas este módulo de aprendizaje tiene los siguientes objetivos:

1.- Contribuir a adquirir habilidades en el campo de simulación de mecanismos en máquinas.

2.- Mostrar en la practica la técnica de creación de modelos cinemático autoalineados con una aplicación CAE muy utilizada desde un punto de vista profesional.

1.5. Esquema de Contenidos (#).

1.- Se presentan los conceptos necesarios sobre movilidad en mecanismos espaciales, ejemplos de aplicación, y el concepto de mecanismo autoalineador de Reshetov. Después se revisan los pares cinemáticos que es posible construir mediante cojinetes en las maquinas reales, proporcionándose ejemplos de cada uno de ellos.

2.- Se desarrollan la PRIMERA ACTIVIDAD PRACTICA en las que se presenta la técnica de obtención de modelos cinemáticos autoalineadores utilizando el programa Cosmos Motion 2007, y se presenta el uso del programa Mathematica.

1.6. Secuencia de Aprendizaje (#).

Se considera que el proceso para conseguir los objetivos establecidos es el siguiente:

1.- Estudio de los conceptos básicos necesarios. Tiempo estimado 20 minutos.

2.- Aplicación de los mismos a los diferentes ejemplos considerados, incluidos en cada una de las actividades prácticas propuestas. Tiempo estimado medio para cada actividad: 60 minutos.

El profesor decidirá en cada momento que actividades prácticas deberán realizarse, con qué orden, y si se realizan todas las propuestas o una selección de las mismas.

2. CONCEPTOS Mecánicos Necesarios.

2.1. Ingeniería Mecánica y Mecanismos.

El diseño de mecanismos constituye una parte fundamental de la ingeniería mecánica. Según la opinión del autor de este módulo, en nuestra universidad cualquier estudiante de ingeniería mecánica debería realizar a lo largo de su periodo de formación en esta disciplina, un proyecto que incluyese el diseño cinemático y dinámico de una pequeña máquina, así como la fabricación de las piezas necesarias para finalmente montarla y poder comprobar su funcionamiento.

Así como en ingeniería mecánica hay ciertos campos que se comparten con otras disciplinas de la ingeniería, este no es el caso del diseño de mecanismos. Únicamente la ingeniería mecánica lo trata en toda su extensión.

A pesar de ser un tema que posee una larga historia, de hecho los primeros estudios se remontan a los tiempos de los romanos, el diseño de mecanismos sigue siendo un componente vital del diseño práctico de la maquinaria moderna. Precisamente por este hecho, al igual que sucede en otros campos de la ingeniería, la aplicación práctica de los contenidos incluidos en ella está continuamente cambiando con el desarrollo de nuevas tecnologías. Nuevas tecnologías que han cambiado dramáticamente la forma de realizar el diseño mecánico, han realizado cambios fundamentales en la naturaleza de las máquinas que hoy en día se diseñan, y lo más importante desde mi punto de vista, han realizado cambios substanciales en la forma en que los estudiantes deben aprender los contenidos de esta disciplina.

Hasta hace relativamente pocos años, los mecanismos se diseñaban utilizando técnicas manuales de tipo gráfico. La llegada de los ordenadores ha revolucionado la metodología. Las herramientas CAD permiten la automatización directa de algunos métodos gráficos tradicionales. Sin embargo, en la mayoría de las ocasiones es más productivo utilizar la geometría cinemática fundamental con el fin de desarrollar formulaciones analíticas sobre las que es posible programar algoritmos que permiten obtener la solución más adecuada. Esto constituye la base de algunos paquetes de software de propósito especial que se han desarrollado para llevar a cabo las operaciones de diseño de mecanismos más usuales, como el que se considera para la creación del Modelo Cinemático Autoalineador es esta propuesta, denominado COSMOS MOTION.

Recientemente, se han conseguido avances notables en la manera en que los ingenieros llevan a cabo los cálculos rutinarios en este campo de la ingeniería. Actualmente, los lenguajes de programación orientados a procedimientos, han sido sustituidos por paquetes de computación numérica especializados, y por paquetes de matemática simbólica.

La influencia de los ordenadores también ha resultado vital en otros dos aspectos de este campo de la ingeniería. En primer lugar, actualmente resulta mucho más práctico el diseño de mecanismos tridimensionales, ya que los programas de modelado sólido, y los simuladores tridimensionales permiten salvar la dificultad de visualizar un sistema tridimensional a partir de los planos tradicionales realizados a tinta. En segundo lugar, los avances en la tecnología de los actuadores (generadores del movimiento) y en el control digital y en las técnicas de comunicación han permitido liberar al diseñador de la máquina tradicional en la que todos sus componentes estaban mecánicamente coordinados a partir de un único actuador o generador de movimiento, que en la mayoría de las ocasiones era un motor. Actualmente, es posible utilizar una máquina mecánicamente simple que posee múltiples actuadores que están electrónicamente coordinados. Aunque esta forma de entender la máquina ofrece una flexibilidad funcional muy grande, no es siempre apropiada.

Los avances en las herramientas de programación de ordenadores también han influido notablemente en el campo del diseño de mecanismos. El primer software de análisis y síntesis de mecanismos se realizó en lenguaje ensamblador. No mucho tiempo después, los tradicionales lenguajes de programación orientados a procedimientos, como el FORTRAN se utilizaron en la programación de este tipo de problemas en ordenadores del tipo “mainframe” siguiendo los procedimientos de procesamiento por lotes. En los entornos de programación distribuida actuales, en los que se utilizan potentes estaciones de trabajo y ordenadores personales que son más potentes que los antiguos “mainframe”, se hace posible que el usuario interaccione con el ordenador de forma intensiva. Esto ha permitido el uso de estrategias de computación diferentes, tanto en los paquetes especializados, como en el uso de lenguajes de programación. Concretamente, actualmente disponemos de programas que combinan la flexibilidad universal de un lenguaje de programación con potentes funciones numéricas incorporadas. Estos programas se han convertido en el medio habitual de resolver problemas de diseño en ingeniería.

2.2. Conceptos Básicos.

Llamase PAR CINEMATICO a la unión de elementos que limita unos movimientos relativos y admite otros. El número de movimientos limitados (condiciones de enlace o restricciones) lineales, a lo largo de un eje coordenado dado, o angulares, en torno a un eje de coordenados dado, lo denominaremos CLASE DE PAR y lo designaremos por cifras romanas. Este significa asimismo el número de fuerzas o momentos que pueden ser transmitidos por el par considerado. La cantidad de movimientos relativos libres recibe el nombre de MOVILIDAD DEL PAR. La suma de la clase de un par cinemático y de su movilidad es igual a seis.
Llamase LIGADURAS O RESTRICCIONES DE UN PAR CINEMÁTICO a los desplazamientos relativos limitados, efectuados a lo largo de cada uno de los ejes de coordenadas, y a los desplazamientos angulares limitados, efectuados alrededor de cada uno de esos ejes.
Un desplazamiento lineal limitado en un par, provoca la existencia de una fuerza de restricción, mientras que un desplazamiento angular limitado, provocará la existencia de un momento de restricción. Por esto asociado al concepto de "restricción" en cinemática, están los conceptos de "fuerza o momento de restricción" en dinámica. El par debe calcularse (determinarse las dimensiones de los cuerpos que lo componen) para que resista esas fuerzas o momentos de restricción que aparecerán.

Para examinar por separado los pares cinemáticas, pongámoslos en la Tabla 1.1. Allí, las clases (número de restricciones) se designan por las cifras romanas I, II, III, IV y V, y aparecen en cada una de las filas. Las columnas representan posibles soluciones constructivas, y están numeradas mediante números arábigos, 1, 2, 3, 4, 5. Designaremos cada par por una cifra romana con el subíndice correspondiente al número de la columna. Semejante notación permite localizar fácilmente en la tabla el par cinemático utilizado en el esquema examinado del mecanismo. En la columna del extremo derecho se designa la movilidad del par cinemático, es decir, el número de movimientos lineales y angulares que este permite entre los elementos que conecta. En general, la suma de la clase de un par y de su movilidad, siempre es igual a seis.

El número de ***grados de libertad (gdl) de un cuerpo*** es el número de coordenadas independientes necesarias para especificar de forma única la posición de ese cuerpo respecto a un sistema de referencia dado.

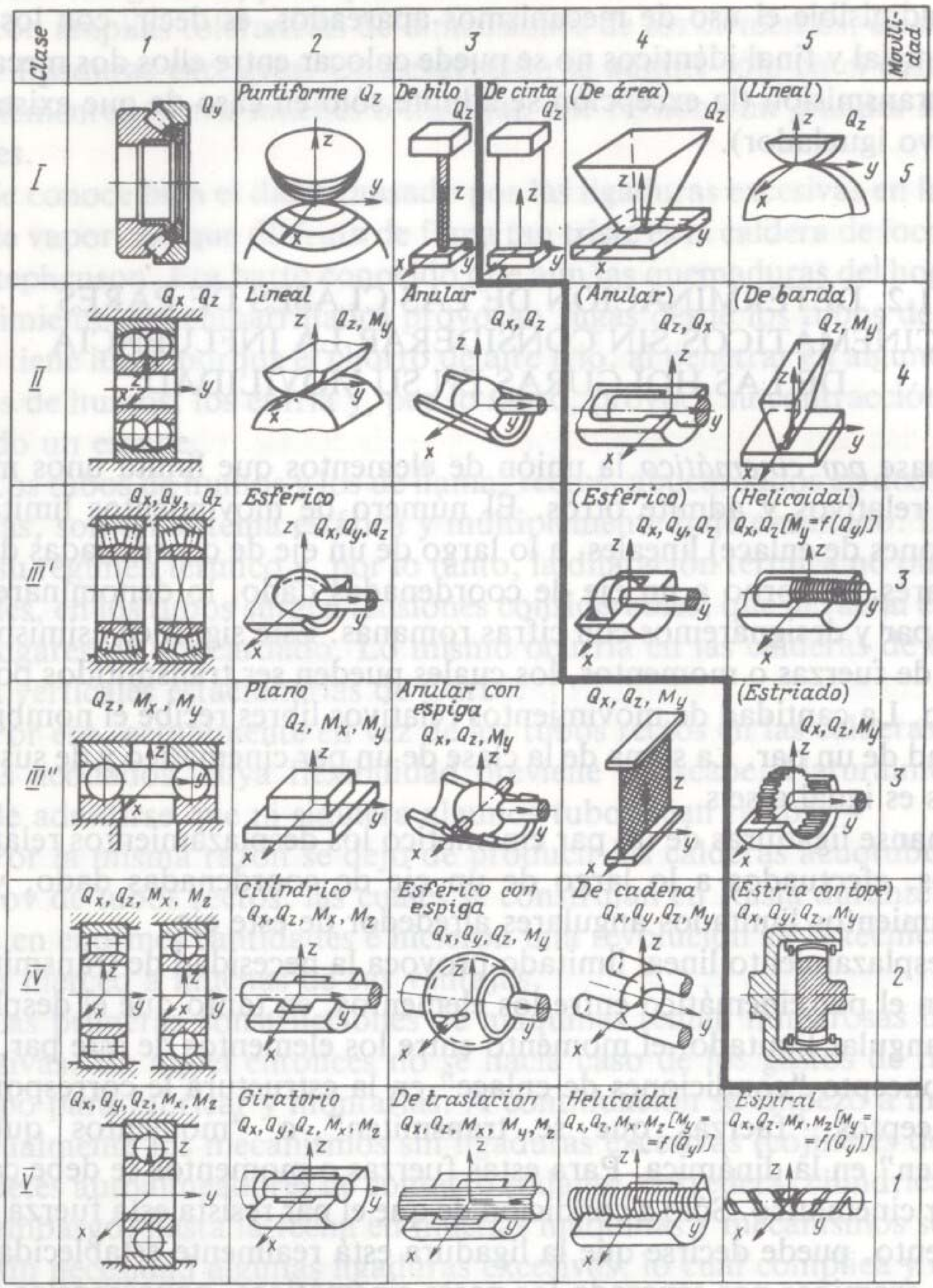
De forma similar, diremos que el mínimo número de coordenadas necesarias para especificar de forma única las posiciones de todos los componentes de un sistema de cuerpos rígidos, será el número de grados de libertad de ese sistema.

Utilizaremos el concepto de número de grados de libertad de tres formas distintas pero muy relacionadas entre ellas. La primera será el número de grados de libertad de un cuerpo con respecto a un sistema de referencia dado, que hemos definido anteriormente. La segunda será el número de grados de libertad de un par cinemático. Y la tercera será el número de grados de libertad de un mecanismo.

Tanto por el hecho que "número de grados de libertad" es bastante largo de decir, como por el hecho que estamos utilizando este concepto de tres formas distintas, y con ánimo de clarificar, cuando tengamos que referirnos al número de grados de libertad de un ***par cinemático*** utilizaremos la palabra ***conectividad,*** f_i. Adicionalmente, este mismo término lo aplicaremos al número de grados de libertad relativos entre dos cuerpos.

De forma análoga, nos referiremos al número de grados de libertad de un mecanismo utilizando el término ***movilidad*** de ese ***mecanismo***. Estos términos se pueden definir formalmente de la siguiente forma: (1) Si un *par cinemático* se define entre dos cuerpos que no están conectados a ningún otro, la *conectividad* de ese par es el número de grados de libertad de movimiento de uno cualquiera de los dos cuerpos conectados con respecto al otro; (2) La *movilidad* de un *mecanismo* es el mínimo número de coordenadas necesarias para especificar las posiciones de todos los componentes del mecanismo con respecto a un determinado componente del mismo que se ha elegido como el cuerpo base o fijo.

Tabla 1.1



La *movilidad*, o número de grados de libertad de un mecanismo, se utiliza para determinar cuántas *variables de par deben especificarse* antes de poder localizar o situar todos los puntos de todos los componentes del mecanismo como funciones del tiempo. Un *mecanismo* tiene que tener una movilidad de *valor uno o superior*. Tradicionalmente, casi todos los mecanismos tenían un grado de libertad. Sin embargo, en la práctica moderna del diseño, han empezado a utilizarse de forma habitual mecanismos con dos o más grados de libertad. Si la movilidad es cero, o es negativa, tal y como se determinara por las ecuaciones de movilidad más adelante, el ensamblaje es una estructura. Si la movilidad es *cero*, la *estructura* se denomina *estáticamente determinada*. Si la movilidad es *negativa*, la estructura es *estáticamente indeterminada*.

Para poder calcular la movilidad, consideraremos en primer lugar el caso plano y a continuación extenderemos el resultado al caso espacial o tridimensional. En el plano, un *cuerpo* que pueda moverse libremente tiene *tres* grados de libertad. Se define un mecanismo como plano cuando se da la circunstancia que todos los cuerpos que lo componen se mueven en un plano o en planos paralelos. A partir de esta definición podemos concluir que la inmensa mayoría de los mecanismos habitualmente utilizados en la práctica son planos, en el sentido anteriormente indicado, de ahí la importancia de estudiar este tipo de mecanismos inicialmente.

Consideremos un *mecanismo* dado, en el que existen N *componentes* o cuerpos rígidos, y un número P de *pares cinemáticos* que los conectan entre ellos. En el plano la movilidad total del mecanismo será:

$$M = 3 * (N - P - 1) * \sum_{i=1}^{P} f_i$$

Esta ecuación recibe el nombre de *criterio de movilidad*. En la literatura relacionada con estos temas es posible encontrar versiones que aparentemente son diferentes de la obtenida. Todas ellas, de hecho, son equivalentes entre sí.

En el CASO ESPACIAL, el movimiento en el espacio cada cuerpo que tiene movimiento libre tiene seis grados de libertad en lugar de tres. Por lo que la ecuación que representa el criterio de movilidad en este caso resulta ser:

$$M = 6 * (N - P - 1) * \sum_{i=1}^{P} f_i$$

Esta ecuación recibe el nombre de *Criterio de* Gruebler.

Este último criterio es el que utiliza la aplicación COSMOS MOTION, integrada en Solidworks, para calcular internamente la movilidad o grados de libertad (DOF, “degree of freedom” en inglés) de un mecanismo.

3. MOVILIDAD en Mecanismos Espaciales.

En el movimiento en el espacio cada cuerpo que tiene movimiento libre tiene seis grados de libertad en lugar de tres. Usando el mismo razonamiento que se utilizó en el caso plano, la ecuación que representa el criterio de movilidad en este caso resulta ser:

$$M = 6 * (N - P - 1) + \sum_{i=1}^{P} f_i \qquad \text{(Ec. 3)}$$

La Ec. 3 recibe el nombre de *Criterio de Kutzbach*.

MECANISMOS CON MOVILIDAD UNO Y PARES CON CONECTIVIDAD UNO

En el caso que consideremos sólo pares inferiores, cada uno con conectividad uno, la ecuación anterior adopta la forma:

$$M = 6 * N - 5 * P - 6$$

Si se requiere que el mecanismo tenga movilidad igual a 1, entonces la condición que debe cumplirse es la siguiente:

$$6 * N = 5 * P + 7 \qquad \text{(Ec. 4)}$$

La Ec. 4 se corresponde con la Ec. 2 obtenida en el caso de movimiento plano. Tal y como lo era aquella ecuación, esta también es una ecuación de Diofanto que solo admite valores enteros de las variables. Resulta evidente que P debe ser impar ya que 5*P lo debe ser para poder combinarse con el número 7 y producir un número par tal. Además la suma $5 * P + 7$ debe ser divisible por tres.

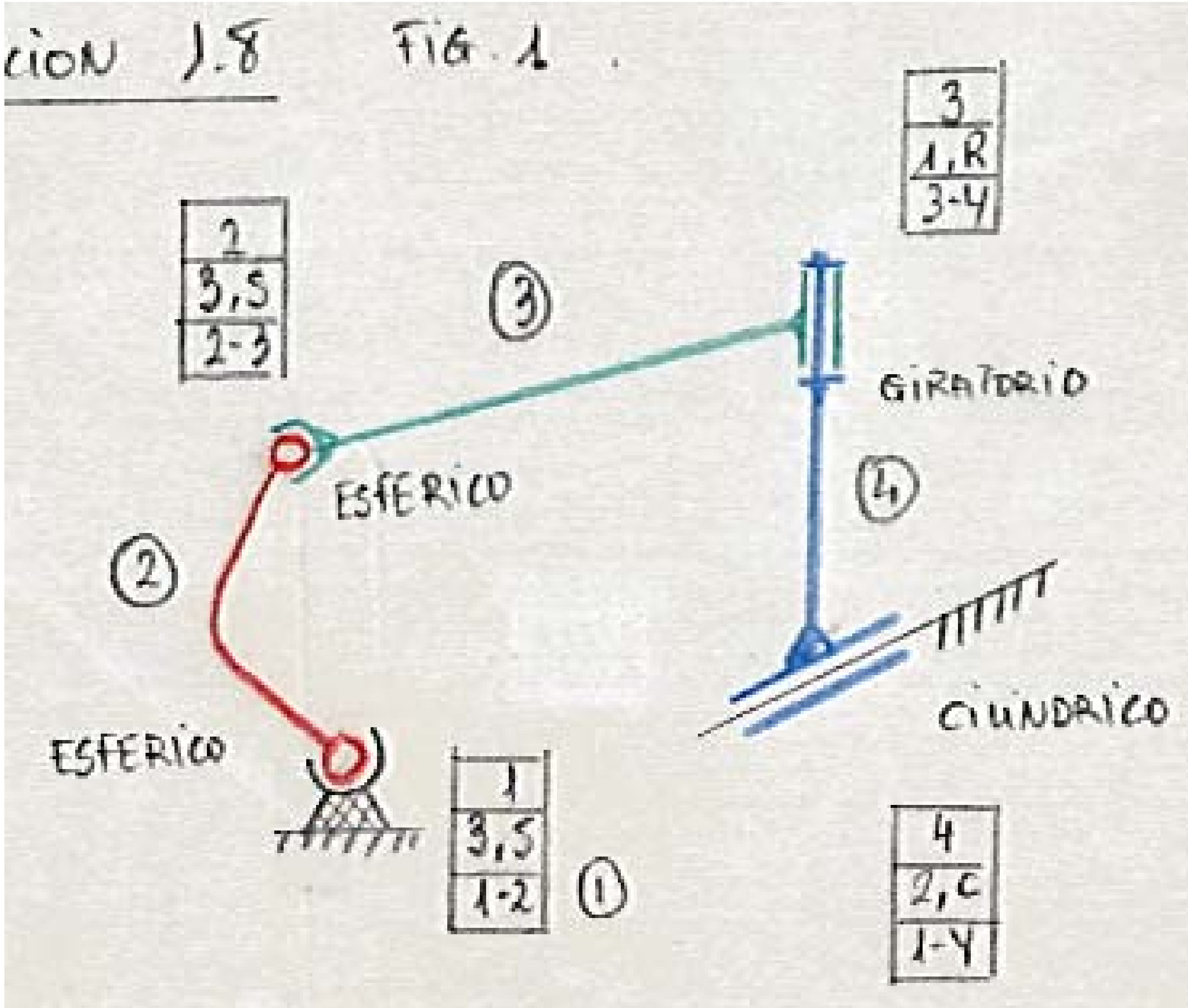
Las soluciones de la Ec. 4 son un poco más difíciles de obtener que las correspondientes a la Ec. 2. La solución más simple es la proporcionada por los valores $P = 1$ y $N = 2$. Solución que coincide con la más simple de las soluciones para el caso plano que se representaron en la Fig. 5a. de la sección anterior.

La siguiente solución posible es la proporcionada por los valores $P = 7$ y $N = 7$. Se trata de una configuración simple de un solo lazo con siete componentes y siete pares. Representaría en mecanismos espaciales el *mismo papel* que representa en mecanismos planos el mecanismo *cuadrilátero articulado*.

La siguiente solución posible es la proporcionada por los valores $P = 13$ y $N = 12$. En este caso existen tres formas topológicas distintas. Por último, indicar que en mecanismos espaciales la complejidad se incrementa con el número de cuerpos y de pares mucho más rápido que en el caso plano.

EJEMPLO 1.1. Grados de libertad de un mecanismo espacial.

PROBLEMA: Determine la movilidad del mecanismo que aparece en la Fig. 1. Se trata de un mecanismo espacial. Está formado por pares inferiores del tipo indicado.



Un mecanismo formado por cuatro componentes, de un solo lazo, espacial.

$$N = P = 4, \sum_{i=1}^{P} f_i = 2 * 3 + 1 * 1 + 1 * 2 = 9, \quad M = 6 * (4 - 4 - 1) + 9 = 3$$

Criterio de Movilidad alternativo – Análisis Cinemático.

Otra forma de plantear el criterio de movilidad es en términos de *lazos o cerramientos*. Para ello debemos imaginar que estamos llevando a cabo el *montaje del mecanismo* comenzando por situar el *cuerpo base o fijo*, y sucesivamente vamos añadiendo el resto de componentes mediante la creación de los correspondientes pares cinemáticos.

Si un *par cinemático* conecta un *componente adicional* al sistema, el número de grados de libertad del mismo se ve incrementado por f_i, si f_i es la conectividad del par, y el número de componentes y de pares se ven incrementado ambos en una unidad.

Si se monta un *par* entre *dos componentes* que *ya formaban parte del mecanismo*, el número total de grados de libertad se ve disminuido por el número de restricciones que supone el citado par.

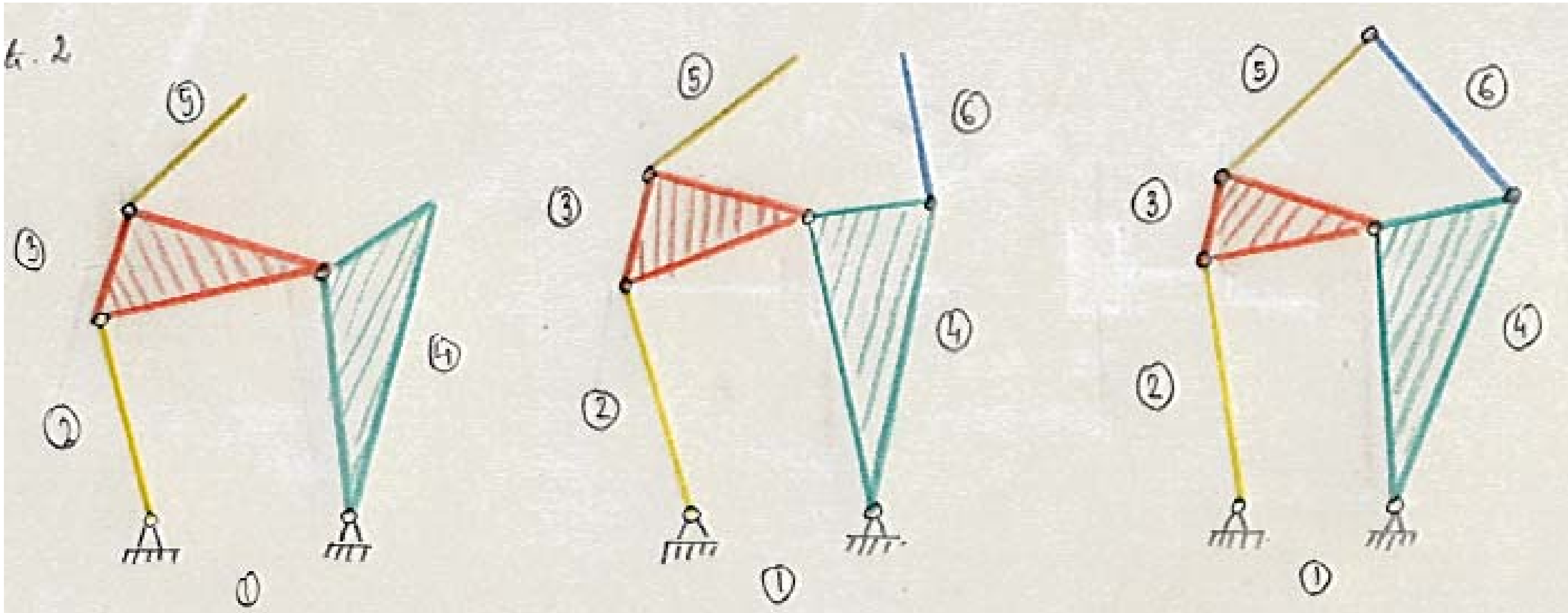
Se entiende que el *número de restricciones impuestas por un par* es el número de grados de libertad que pierde el sistema cuando ese par se define. Para mecanismos espaciales, ese número es $6 - f_i$, ya que dos cuerpos tienen seis grados de libertad de movimiento relativo entre ellos cuando se consideran libres y sólo grados de libertad de movimiento relativo después de haber sido unidos mediante el citado par.

En este caso, es decir cuando se activa un par entre dos componentes que ya formaban parte del mecanismo, el resultado es la creación de un lazo formado por los componentes y sus correspondientes pares. A este lazo se le suele denominar “*cerramiento*”. Procediendo de esta forma, la movilidad del mecanismo puede calcularse como:

$$M = \sum_{i=1}^{P} f_i - 6 * L \qquad \text{(Ec. 5)}$$

donde L es el número de lazos. Cuando se forma un lazo, el número de componentes del mecanismo no se ve incrementado, mientras que el número de pares se ve incrementado en una unidad.

Si en el mecanismo considerado no existe lazos (fue obtenido a partir de una cadena cinemática abierta), el número de componentes está dado por $N = P + 1$ siendo el componente adicional (el 1) el cuerpo fijo o base. Por tanto, si existen L lazos en el mecanismo, se verificará que: $L = P + 1 - N$. La sustitución de esta expresión para en la Ec. 5 da como resultado la Ec. 3. La relación entre L, P, y N se ilustra en la Fig. 2.



(a) $N = 5$, $P = 5$, $L = 1$ (b) $N = 6$, $P = 6$, $L = 1$ (c) $N = 6$, $P = 7$, $L = 2$

Imagen 3.1. Efecto de añadir un componente a un mecanismo junto con un par (b), y de añadir un par sin la adición de un componente (c). La adición de un par sin la adición de un componente siempre da como resultado la creación de un lazo en el mecanismo.

En el caso de *mecanismos planos*, esa misma ecuación tendría la forma:

$$M = \sum_{i=1}^{P} f_i - 3 * L \qquad \text{(Ec. 6)}$$

La razón de haber planteado el criterio de movilidad o de restricción desde este punto de vista es que esto se encuentra relacionado con el análisis cinemático de la posición de mecanismos. Cuando en un mecanismo espacial se forma o existe un lazo, es posible formular un conjunto de seis ecuaciones algebraicas denominadas “ecuaciones de lazo” o “de cierre”. El número dado por la expresión $6 * L = 6 * (P + 1 - N)$ es por tanto el número de ecuaciones disponibles para poder realizar el análisis cinemático del mecanismo. *Las variables en esas ecuaciones son las variables de cada par*, las variables necesarias para fijar las posiciones relativas de los cuerpos conectados por cada par. *Existen de esas variables para el par* . Por lo tanto el número total de variables a considerar en un mecanismo es

$$\sum_{i=1}^{P} f_i$$

De esta forma, es posible entender que la Ec. 5 proporciona la movilidad de un mecanismo como la diferencia entre el número de variables a considerar en su análisis cinemático, menos el número de ecuaciones que es posible plantear debido a los lazos existentes.