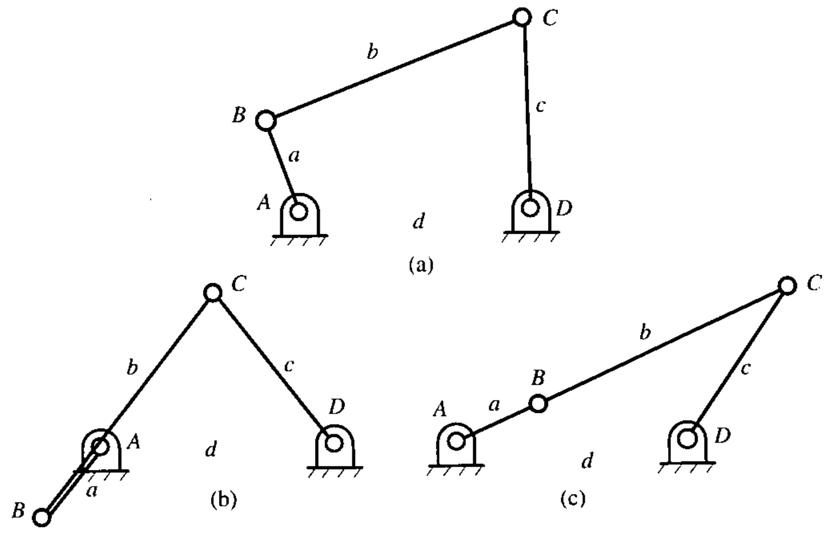
10.16. Límites del Movimiento del Cuadrilátero Articulado.

A cualquier componente de un mecanismo que esté conectado a la base mediante un par giratorio y que gire completamente a medida que el mecanismo se mueve a lo largo de su ciclo de trabajo se le denomina *manivela*. Normalmente, también existen componentes del mecanismo que aparentemente parecen manivelas por estar conectados al cuerpo base mediante un par giratorio, pero que no tienen la capacidad de dar vueltas completas alrededor del eje del par giratorio, durante el movimiento del mecanismo a lo largo de su ciclo de trabajo.

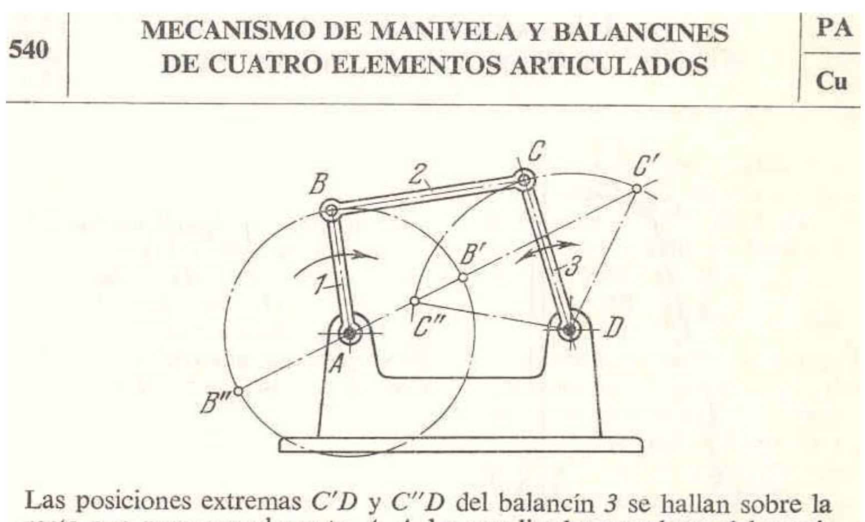


5. Posiciones límites del movimiento del componente conectado al cuerpo fijo a través del par D.

Consideremos el *cuadrilátero articulado* (CA) que aparece en la Fig. 1a, en el que supondremos que el componente AB es una manivela, con lo que podrá dar vueltas completas, que supondremos serán en sentido contrario a las agujas del reloj, alrededor del par giratorio que lo conecta con el cuerpo fijo. El que pueda moverse de esta forma requiere que pase a través de las posiciones mostradas en las Figs. 1b y 1c.

Considérese ahora el movimiento que tiene lugar alrededor del par giratorio D. En la posición mostrada en la Fig. 1b el movimiento de rotación del componente CD alrededor de D, en sentido contrario al de las agujas del reloj, no resulta posible. CD alcanza el reposo e invierte el sentido de su movimiento.

De forma similar, antes de alcanzar la posición de la Fig. 1c, el componente CD estará girando en el sentido de las agujas del reloj alrededor del punto D. En la posición mostrada, el giro en esta dirección resulta imposible, con lo que el componente alcanza el reposo y a continuación se moverá en sentido contrario. Las posiciones mostradas en las Figs. 1b y 1c se denominan *posiciones límites del movimiento del componente conectado al cuerpo fijo a través del par D,* o más abreviadamente, *límites del movimiento del par D*. El componente CD no da vueltas completas, simplemente oscila entre esas posiciones. Es decir, no es una manivela, es lo que se denomina un *balancín*.


540 MECANISMO DE MANIVELA Y BALANCINES DE CUATRO ELEMENTOS ARTICULADOS PA Cu

Las posiciones extremas $C'D$ y $C''D$ del balancín 3 se hallan sobre la recta que pasa por el punto A. A las amplitudes angulares del movimiento de avance y retroceso del balancín 3 les corresponden los ángulos de rotación de la manivela 1 iguales a 180°. El segmento $C'C''$ es igual a dos longitudes de la manivela 1.

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL “ATLAS DE ARTOBOLEVSKI”

10.17. Demostración de la Desigualdad de Grashof.

Es posible demostrar la desigualdad de Grashof de la siguiente forma. Consideremos el mecanismo que aparece en la Fig. 6a. Si ha de poder realizar una rotación completa, deberá pasar a través de las posiciones mostradas en la Figs. 6b y 6c. Supongamos que a es la longitud del componente AB, b es la longitud BC, c es la longitud CD, y d es la longitud DA. Suponemos que $a < d$.

La *desigualdad triangular establece que la suma de las longitudes de cualesquiera dos lados de un triángulo es mayor que el tercer lado.*

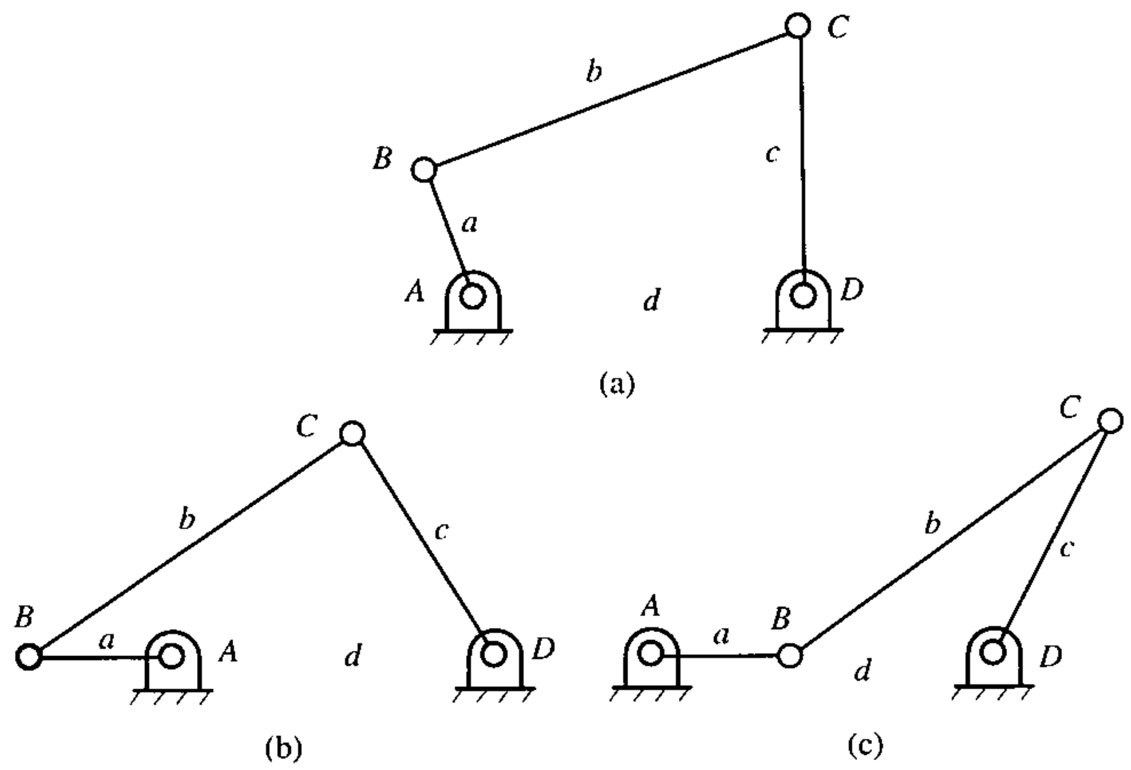


Fig. 6. Posiciones extremas para un mecanismo cuadrilátero articulado.

Apliquémosla tres veces a la Fig. 6b, obtendremos:

$$a + d < b + c \qquad (a)$$
$$b < c + a + d \qquad (b)$$
$$c < b + a + d \qquad (c)$$

También podemos aplicarla tres veces a la Fig. 6c, con lo que obtendremos:

$$d - a < b + c \qquad (d)$$
$$b < c + d - a \qquad (e)$$
$$c < b + d - a \qquad (f)$$

El examen detallado de estas desigualdades revela que si (e) es cierta entonces (b) también es cierta, ya que el segundo miembro de (b) es el segundo miembro de (e) mas $2 * a$. Diremos que la desigualdad (e) es más potente que la desigualdad (b). Por tanto podemos eliminar la desigualdad (b). La desigualdad (e) la podemos escribir en la forma

$$a + b < c + d \qquad (e')$$

Añadiendo a a ambos miembros de la desigualdad.

De forma similar, la desigualdad (c) es cierta si la desigualdad (f) lo es. Una vez más, el primer miembro de la desigualdad (c) es superior en $2 * a$. La desigualdad (f) la podremos escribir en la forma

$$a + c < b + d \qquad \text{(f')}$$

Añadiendo a a ambos miembros de la desigualdad.

La desigualdad (d) es cierta si la desigualdad (a) lo es, ya que su primer miembro es menor que el primer miembro de la desigualdad (a) en $2 * a$. Por tanto las seis desigualdades originales pueden reducirse a tres: (a), (e') y (f'). Sumando ambos miembros de las desigualdades (a) y (e') obtenemos

$$2 * a + b + d < 2 * c + b + d$$

Luego

$$a < c$$

De la misma forma, sumando ambos miembros de las desigualdades (a) y (f') obtenemos

$$2 * a + c + d < 2 * b + c + d$$

Luego

$$a < b$$

Ya que se ha supuesto que a es menor que d, se puede concluir que a es la longitud del componente más corto. De esta forma, cualquiera de las desigualdades (a), (e') y (f') muestran que sea cual sea el componente más largo, si sumamos su longitud a la del componente más corto el resultado es menor que la suma de las longitudes de los otros dos componentes. Este resultado lo podemos poner de la forma

$$s + l < p + q$$

Donde $s = a$ es la longitud del componente más corto, l es la longitud del componente más largo, y p y q son las longitudes del resto de componentes.

Hemos de recordar que se ha supuesto que a era menor que d. Es necesario también estudiar que sucede en el caso en que a sea mayor que d. Esto puede hacerse invirtiendo el mecanismo de forma que AB sea el cuerpo base y DB sea el componente articulado con el base mediante un par con rotación completa. Realizando el mismo desarrollo utilizando la desigualdad triangular comentada llegaríamos a la conclusión que d tendría que ser la longitud del componente más corto, y de nuevo obtendríamos la desigualdad de Grashof.

10.18. Consecuencias de la Desigualdad de Grashof.

Acabamos de comprobar que *la desigualdad de Grashof es en realidad una condición necesaria para que en un cuadrilátero articulado exista un par con rotación completa, y que ese par es siempre uno de los que posee el componente más corto del mecanismo*. Ahora podemos afirmar que nunca existirá un solo par *con rotación completa* en un mecanismo cuadrilátero articulado. *Siempre existirán al menos dos*. Si solo existiese un par con rotación completa, llegaríamos a una contradicción topológica cuando considerásemos la rotación del componente AB con respecto a los otros componentes, después de un ciclo de trabajo. Sí ese componente tuviera que realizar una rotación completa alrededor del par A, y los pares B, C y D solo pudieran oscilar alrededor de sus posiciones iniciales, el componente AB habría realizado una rotación completa relativa a cada uno de los otros componentes. Con lo que habría realizado una rotación completa alrededor del componente BC, entre otros. Pero, hemos supuesto que el par no ha realizado una rotación completa, sino que ha oscilado alrededor de su posición inicial, con lo que su rotación tendría que haber sido cero. Lo cual es una contradicción. Luego concluimos que no es posible que solo exista un par con rotación completa. Ya que hemos demostrado que cualquier par con rotación completa debe estar situado en un extremo del componente más corto, y también hemos demostrado que tiene que haber dos pares con rotación completa, podemos concluir que *ambos deberán estar situados en los extremos del componente más corto*. Esto completa la demostración de las reglas de Grashof.

10.19. Conclusiones de la Desigualdad de Grashof.

El componente más corto de un mecanismo cuadrilátero articulado del tipo 1 de Grashof da una vuelta completa en cada ciclo con respecto a los otros componentes. Las rotaciones netas de los pares con rotación completa situados en los extremos de ese componente, se cancelan entre ellas, de tal forma que las rotaciones netas relativas del resto de componentes también serán cero en un ciclo completo de movimiento del mecanismo.

10.20. Mecanismos con Ciclos incompletos de Movimiento.

Por supuesto que a veces no es necesario que el mecanismo realice un ciclo completo de movimiento. A veces sólo se necesita que realice un ciclo incompleto de movimiento, es decir que se mueva entre dos posiciones dentro de un ciclo. En estos casos es posible utilizar *actuadores lineales*, como pueden ser los *cilindros hidráulicos o neumáticos*. Sin embargo, en estos casos se hace necesario asegurar que los pares conductores no pasen a través de sus límites de movimiento. Las reglas de Grashof a menudo resultan útiles para asegurar que esto no suceda.

En ocasiones es necesario conducir un cuadrilátero articulado del tipo manivela – balancín, actuando sobre el balancín a través de parte de su rango de movimiento permitido. En este caso se suele denominar a este mecanismo como balancín – manivela.

Solamente cuando se estudiasen los procedimientos de síntesis de mecanismos, se podría justificar las razones existentes para el uso de mecanismos de doble balancín del tipo 2 de Grashof, frente al uso de mecanismos del tipo 1 de Grashof conducidos mediante el balancín en lugar de mediante la manivela. Además, en ocasiones se sintetiza un mecanismo que es capaz de producir un determinado movimiento que no puede conducirse sin evitar que el par conductor (sobre el que está el actuador) pase a través de sus posiciones límites de movimiento. En estos casos, una solución posible consiste en conducir el otro componente situado en contacto con la base.