

12. Aplicación General del Criterio de Movilidad - Planteamiento de Phillips.

Para completar el criterio de movilidad para el cálculo de los grados de libertad de mecanismos espaciales, en esta sección se presenta el *planteamiento de Phillips*, que se basa en consideraciones de otro tipo que las presentadas para identificar los grados de libertad que tiene cada par, y que permite su aplicación a cualquier tipo de dispositivo que se pueda considerar. Es un planteamiento curioso, que partiendo de la base que estamos considerando cuerpos rígidos y pares ideales, identifica el número de grados de libertad de un par determinado restando de seis el número de zonas de contacto o de desgaste reales que existirían entre los elementos de un par del mismo tipo real (no ideal). Por ejemplo, en un par cilíndrico, considera que en entre los elementos del par existirían cuatro zonas de desgaste, con lo que su número de grados de libertad es dos (seis menos cuatro). Con este planteamiento, es posible determinar los grados de libertad existentes en pares distintos de los seis ordinarios comentados. Esta sección está pensada para ser explicada en base a muchos ejemplos tomados del libro "Introducing Screw Theory. Volume I", cuyo autor es J. Phillips.

Se utiliza la fórmula de movilidad tal como fue planteado anteriormente.

$$M = 6 * (N - P - 1) + \sum_{i=1}^P f_i \tag{Ec. 3}$$

Teniendo en cuenta que se consideran los cuerpos rígidos y los pares ideales, se identifica el tipo de par que existe en cada caso, observando la forma de la superficie de contacto, y contando el número de puntos (o manchas) que serían necesario definir para poder reconstruir esa superficie

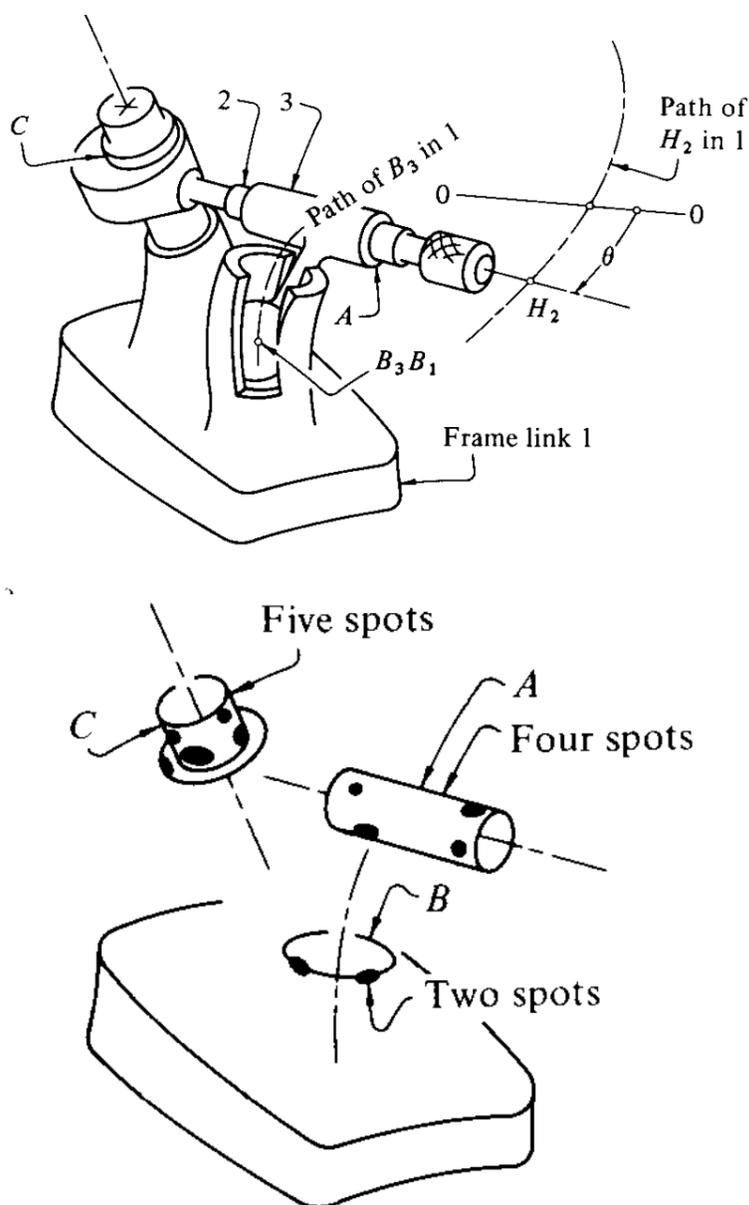


Figura 3.12.

En el mecanismo de la parte superior (Fig. 28), en C existe un par giratorio, en A un cilíndrico y en B un contacto entre una esfera y un cilindro. La superficie de contacto en A se puede definir como cilíndrica, y definida por 4 puntos o manchas (las que aparecen en la figura de la derecha), se trataría de un par con dos grados de libertad ("seis menos cuatro puntos igual a 2"). Es un par cilíndrico. La superficie de contacto en C, se puede definir como un cilindro, y un círculo perpendicular a su directriz. El cilindro queda definido por 4 puntos, y la superficie circular perpendicular definiendo un punto más. El par tiene un grado de libertad. Es un par giratorio. El par que aparece en B, cuya superficie de contacto ideal en este caso sería una circunferencia, queda definida por 2 puntos, luego se trata de un par con 4 grados de libertad ("6 menos 2 puntos igual a 4").

**Pares Ordinarios.**

PARES ORDINARIOS (Fig. 29). Según el planteamiento de Phillips, la superficie de contacto en el (a) par giratorio, está definida por 5 puntos, por eso tiene un grado de libertad. Lo mismo sucede en los pares (b) prismático y (c) helicoidal. En el (d) par cilíndrico, esa superficie de contacto es un cilindro, que se puede definir por 4 puntos, luego tiene 2 gdl. En el (e) par esférico, esa superficie es una esfera, que se puede definir mediante 3 puntos, luego 3 gdl. En el (f) par plano, la superficie de contacto es un plano, luego tres puntos la definen, luego 3 gdl. En la junta Hooke, el planteamiento de Phillips se interpreta de la siguiente forma: sin considerar la cruceta, se supone que los cuatro puntos que definen el contacto estarían situados sobre los cuatro pares giratorios que existen.

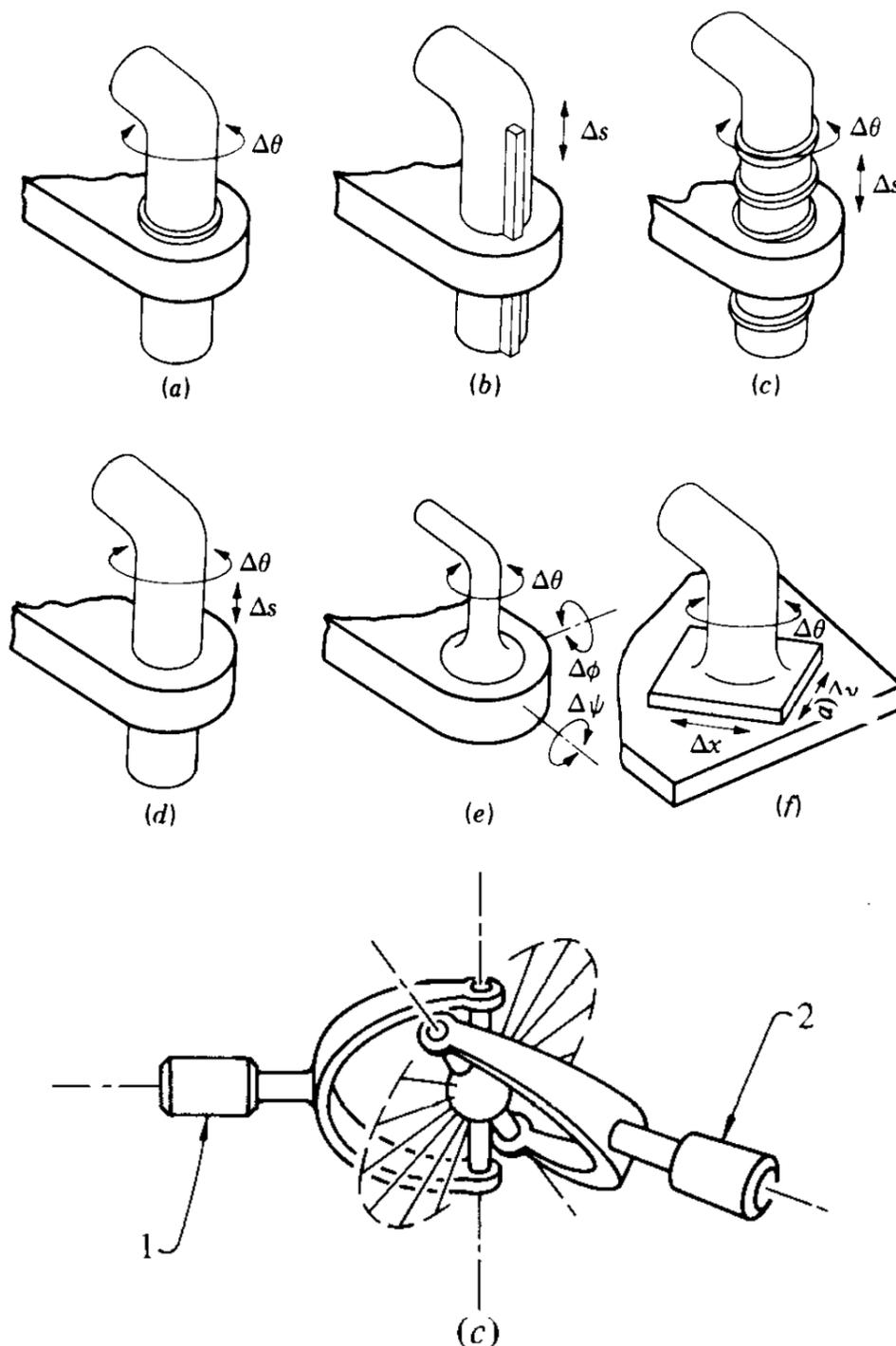


Figura 3.13.

**Pares Especiales - 1 gdl.**

PARES ESPECIALES (1) (Fig. 30). Teniendo en cuenta que cualquier tipo de par que nos podamos inventar, estaría dentro de los pares especiales, en esta figura tenemos uno que tendría 1 gdl. Se suponen 3 puntos para definir la superficie de contacto esférica, y un sólo punto para definir cada contacto en cada guía, total 5 puntos, luego 1 gdl.

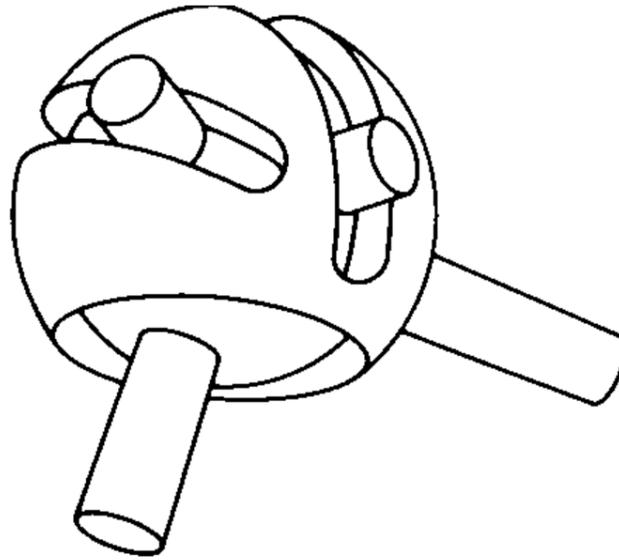


Figura 3.14.

**Pares Especiales - 2 gdl.**

PARES ESPECIALES (2) (Fig. 31). En estas figuras tenemos ejemplos de pares con 2 gdl. En (a) tenemos 3 puntos para la esfera y uno para la guía, total 4. En (b) tenemos 3 puntos para la esfera, y uno para el contacto de una esfera dentro de una ranura, total 4. En (c) tenemos un par del tipo Hooke, ya comentado. En (d) tenemos 2 puntos de contacto entre cada esfera y su correspondiente ranura triangular, total 4.

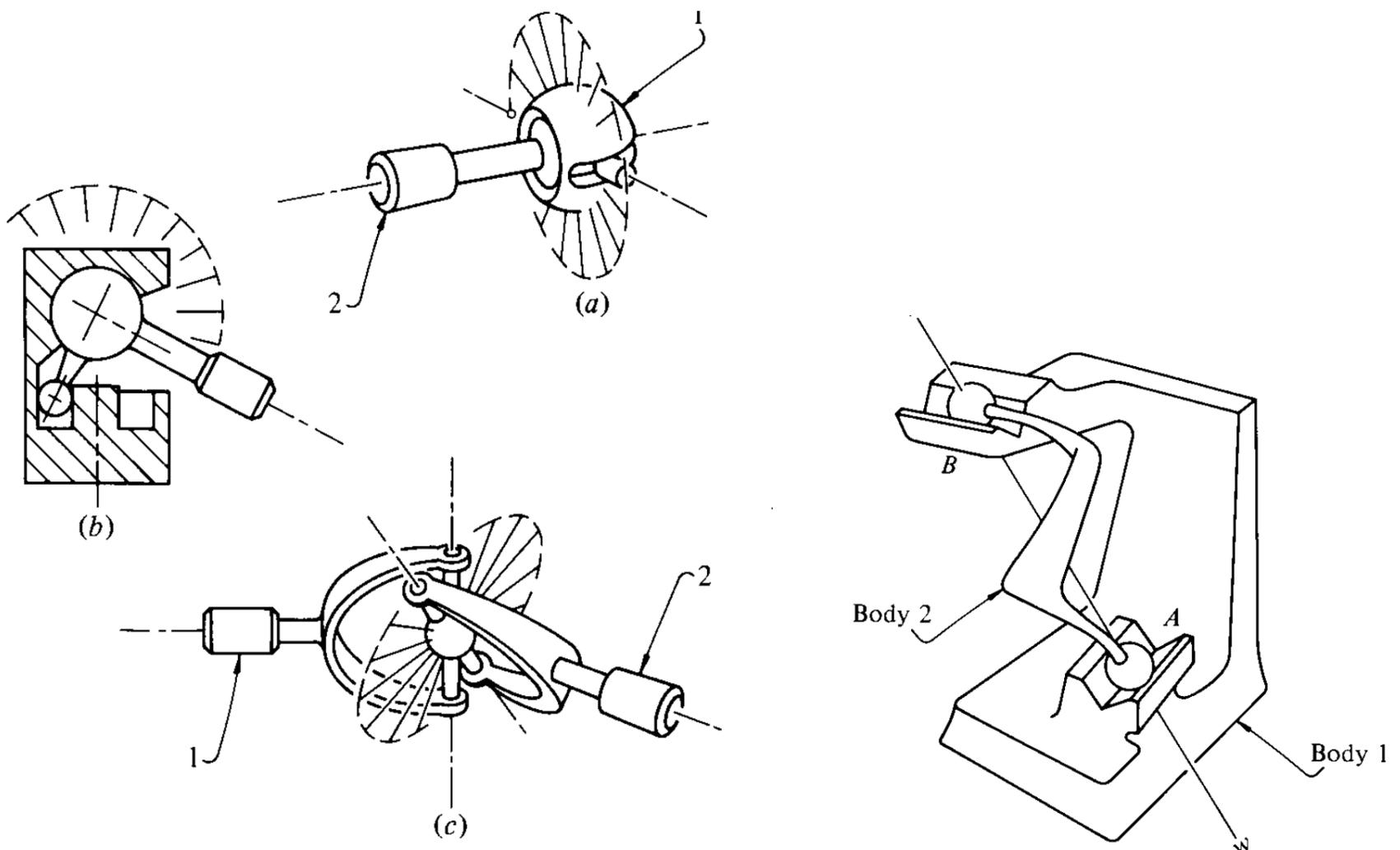


Figura 3.15.

**Pares Especiales - 2 gdl.**

PARES ESPECIALES (3) (Fig. 32). En estas figuras tenemos más ejemplos de pares con 2 gdl. En todos ellos se puede considerar que el contacto está definido por 4 puntos.

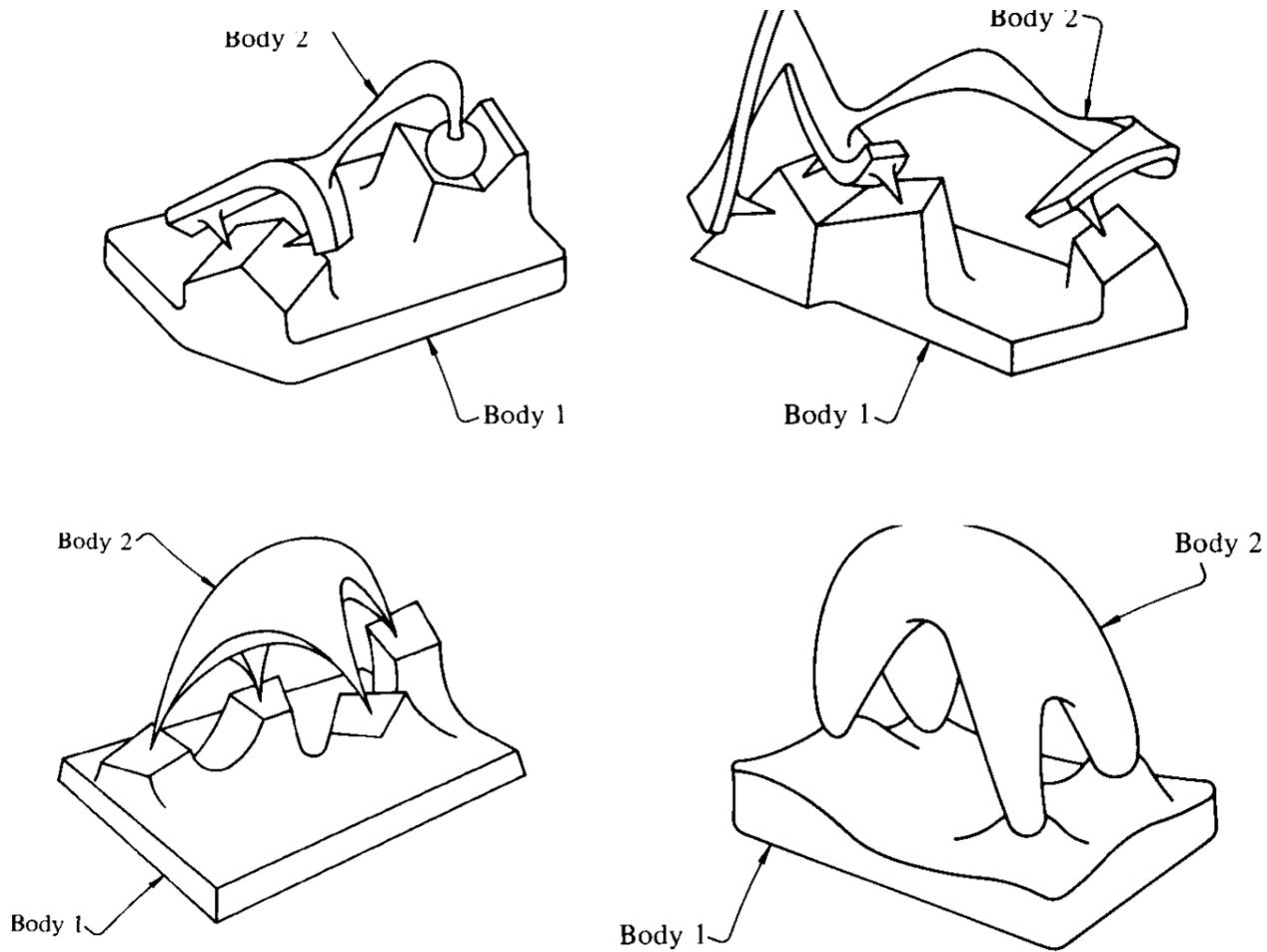
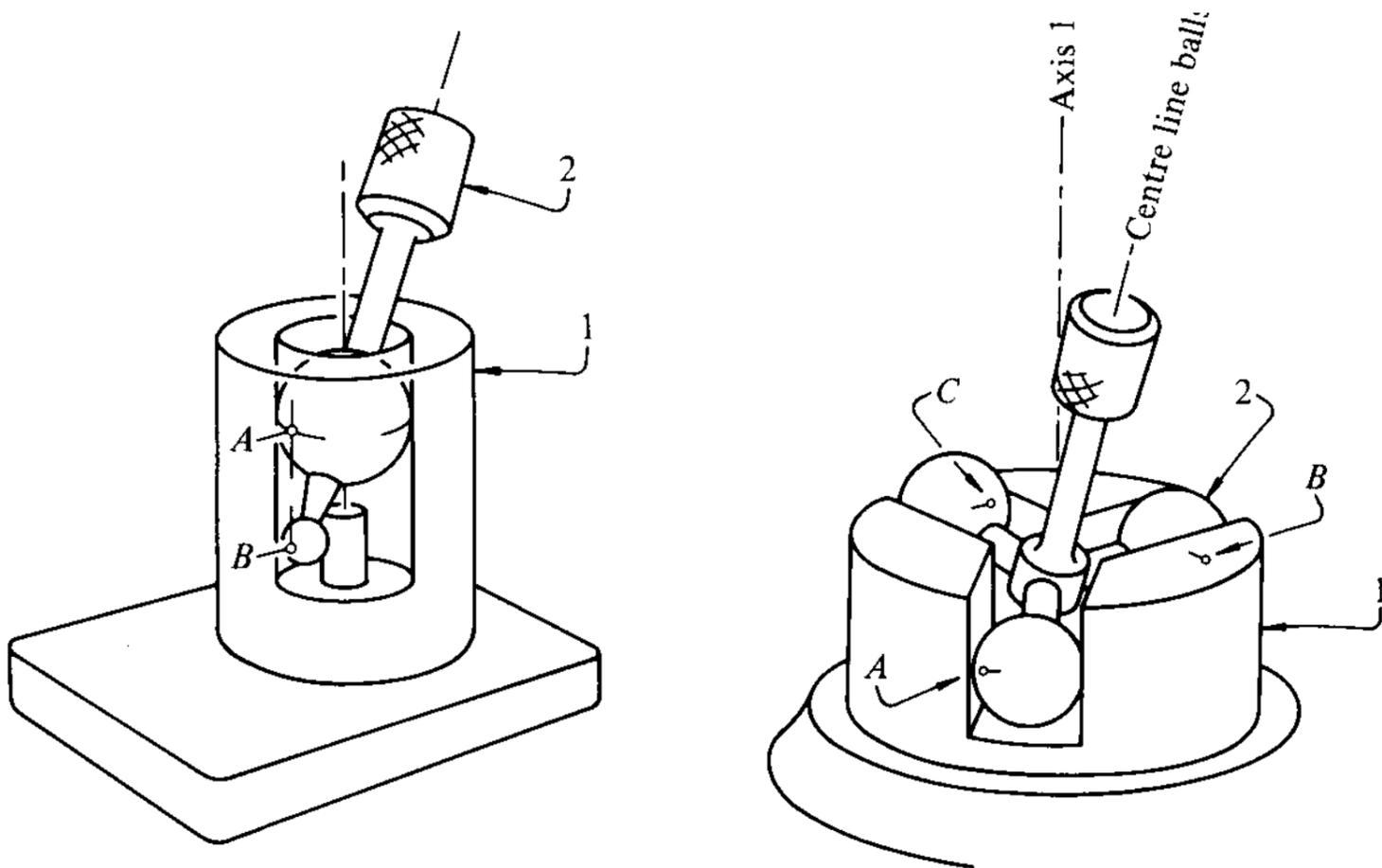


Figura 3.16.

**Pares Especiales - 3 gdl.**

PARES ESPECIALES (4) (Fig. 33). En estas figuras tenemos más ejemplos de pares con 3 gdl. En todos ellos se puede considerar que el contacto está definido por 3 puntos.



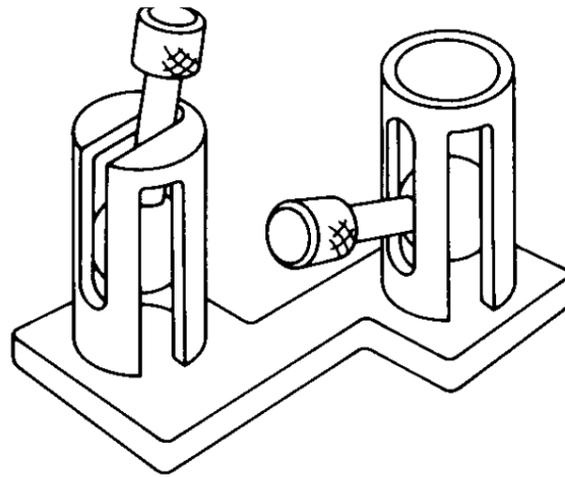


Figura 3.17.

**Pares Especiales - 4 gdl.**

PARES ESPECIALES (5) (Fig. 34). En estas figuras tenemos más ejemplos de pares con 4 gdl. En todos ellos se puede considerar que el contacto está definido por 2 puntos.

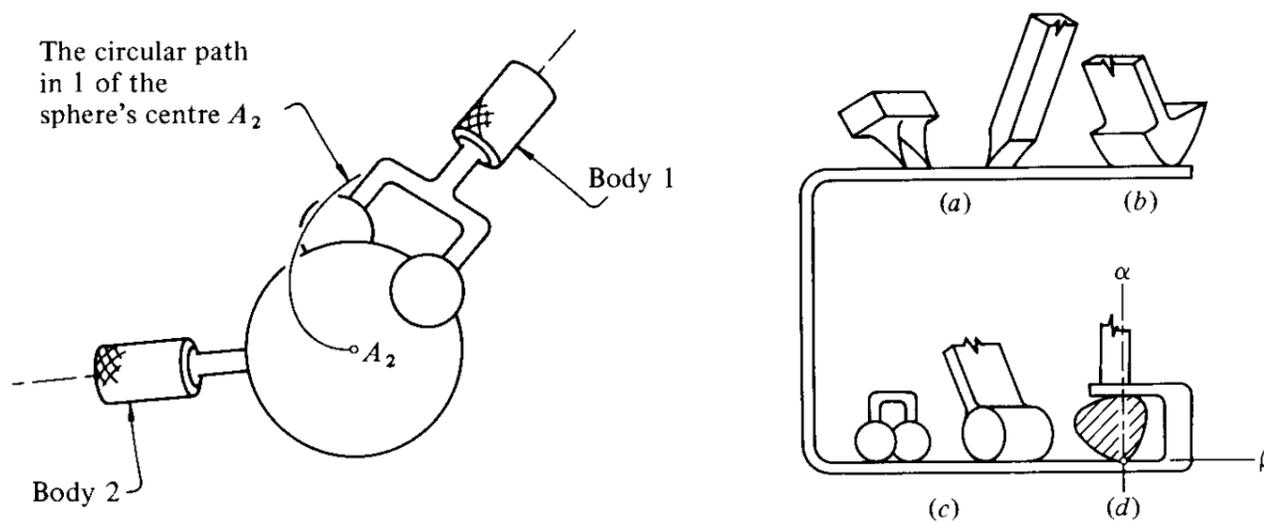


Figura 3.18.

**Pares Especiales - 5 gdl.**

PARES ESPECIALES (6) (Fig. 35). En estas figuras tenemos más ejemplos de pares con 5 gdl. En todos ellos se puede considerar que el contacto está definido por 1 punto.

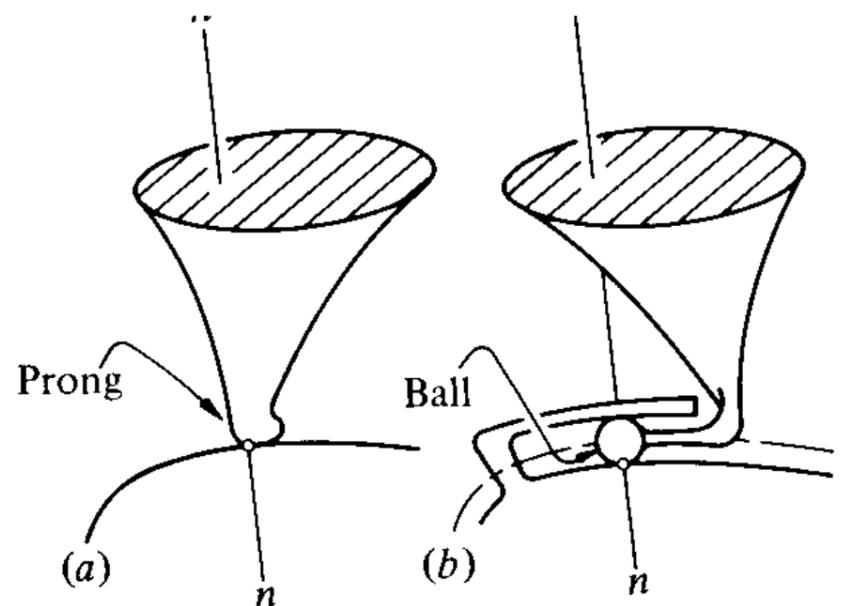
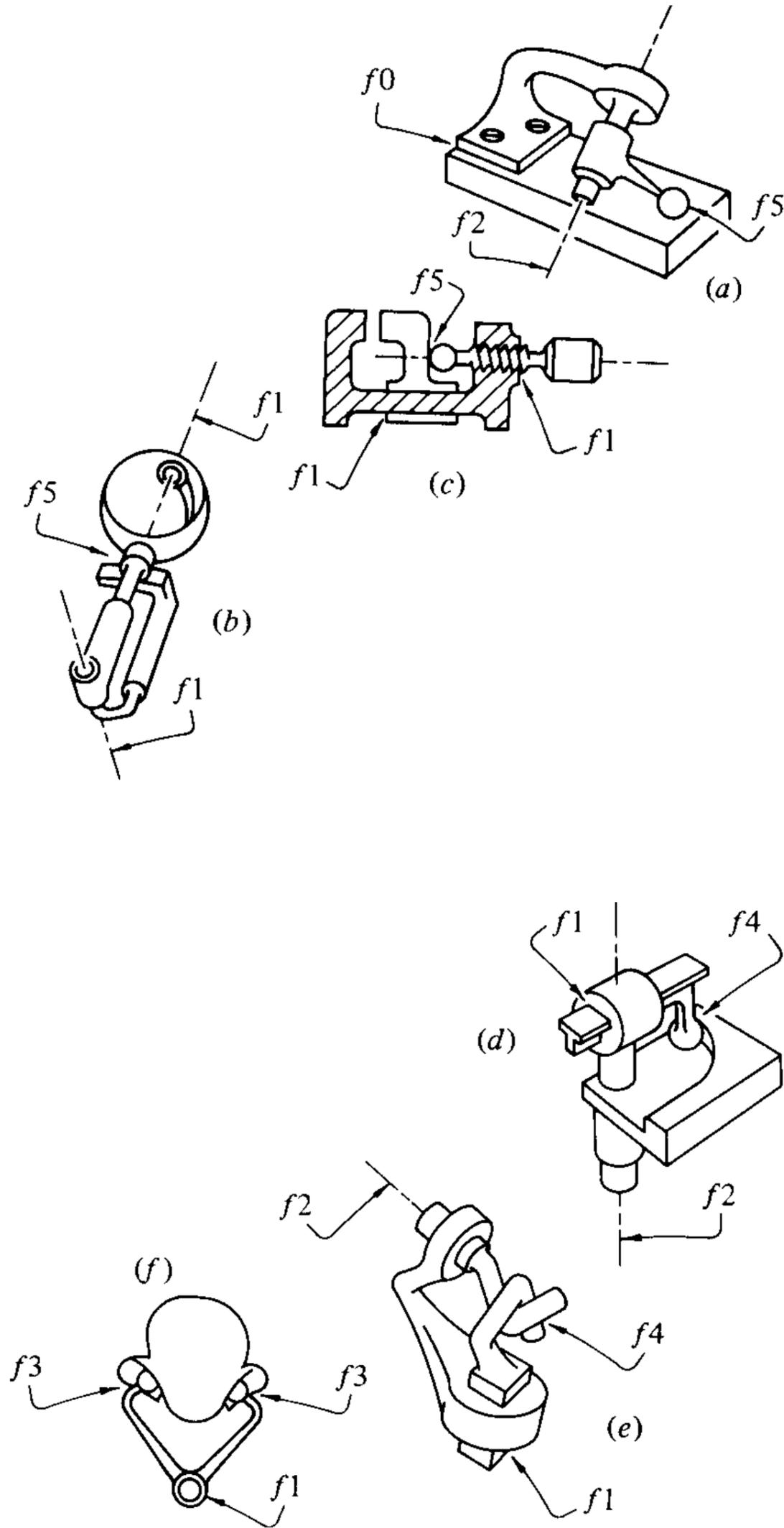


Figura 3.19.

Aplicaciones (1).

APLICACIONES (1) (Fig. 36). En cada uno de estos ejemplos, se ha utilizado la letra f y un subíndice para indicar los grados de libertad que posee el par considerado. Todos estos mecanismos son ejemplos con 1 gdl. Teniendo en cuenta que todos poseen un solo lazo, y están formados por 3 cuerpos, es posible observar como en todos ellos, los subíndices (grados de libertad) de los pares indicados, suman 7.



11

7

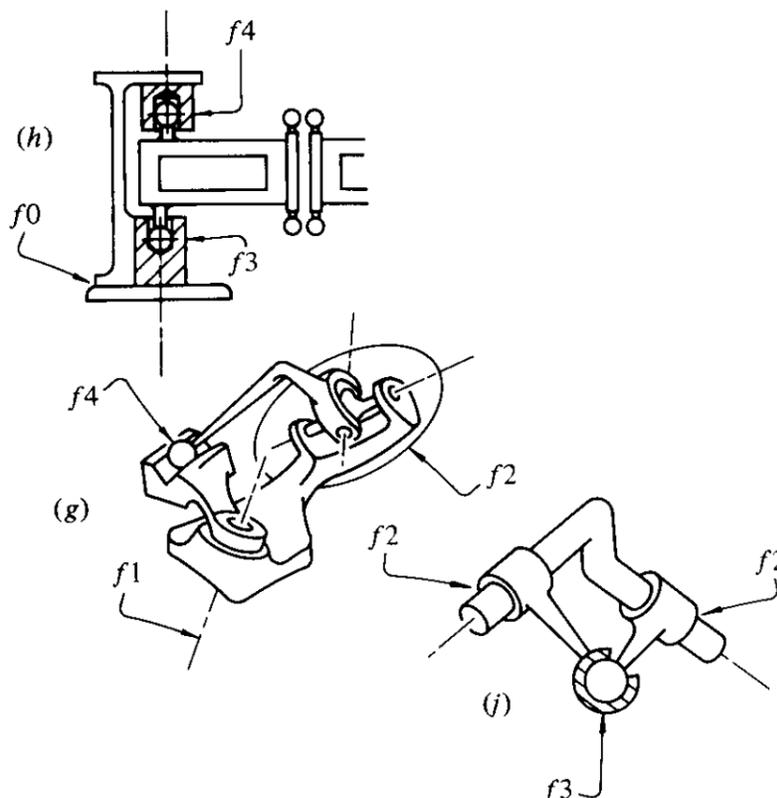
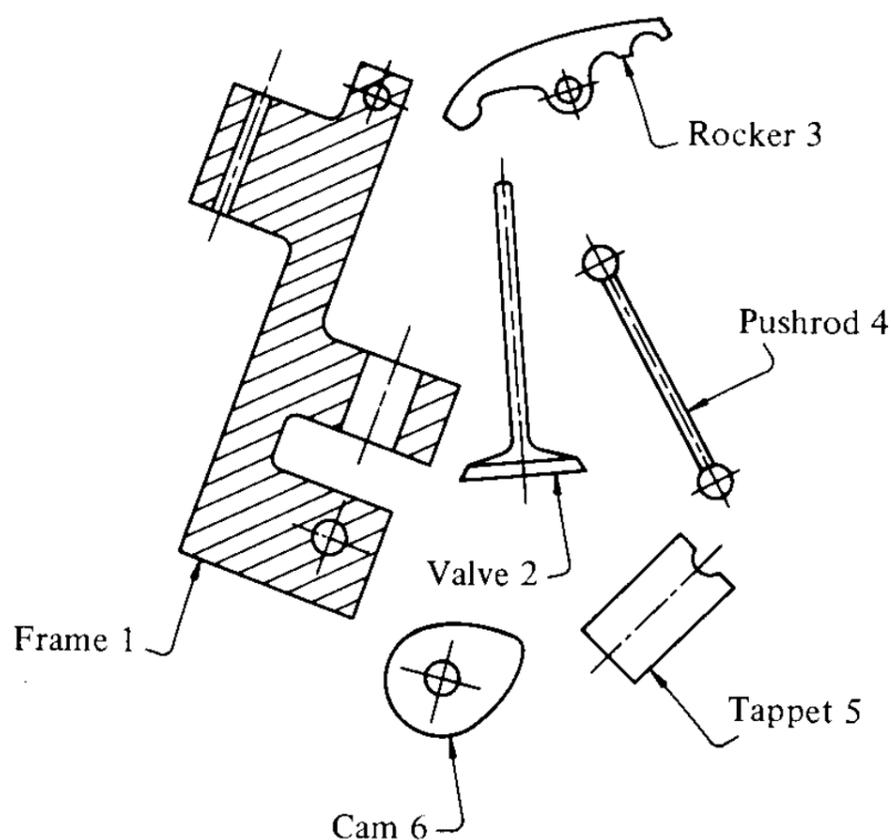


Figura 3.20.

### Aplicaciones (2).

APLICACIONES (2) (Fig. 37). Aquí tenemos un sistema que permite controlar la apertura y cierre de un válvula en un motor de explosión. En la parte superior tenemos las piezas que componen el mecanismo. En la figura central el mecanismo correspondiente, en el que se ha indicado los grados de libertad que tiene cada par. Aplicando la fórmula de movilidad, tal y como vimos al comienzo de esta sección, tendremos:  $M=6*(6-8-1)+2+5+1+3+3+2+5+1=+4$ . Es decir, este mecanismo tiene 4 gdl. Lo que sucede es que 3 de ellos son pasivos, y no se aprovechan, pero no por esto deja de ser esta la configuración típica de este tipo mecanismo. Los grados de libertad pasivos corresponden a los giros alrededor de sus propios ejes longitudinales de la válvula, la varilla empujadora (4), y el seguidor de la leva (5). Si quisiéramos tener un mecanismo que tuviera la misma función, es decir, que moviendo la leva, tuviésemos definido el movimiento de la válvula, pero sin grados de libertad pasivos, tendríamos que utilizar la configuración que aparece en la figura inferior. En el,  $M=6*(6-9-1)+1+5+1+3+3+1+5+1=+1$ . El problema que posee esta configuración es que resulta difícil de construir por la forma de las piezas, y además, difícil de montar.



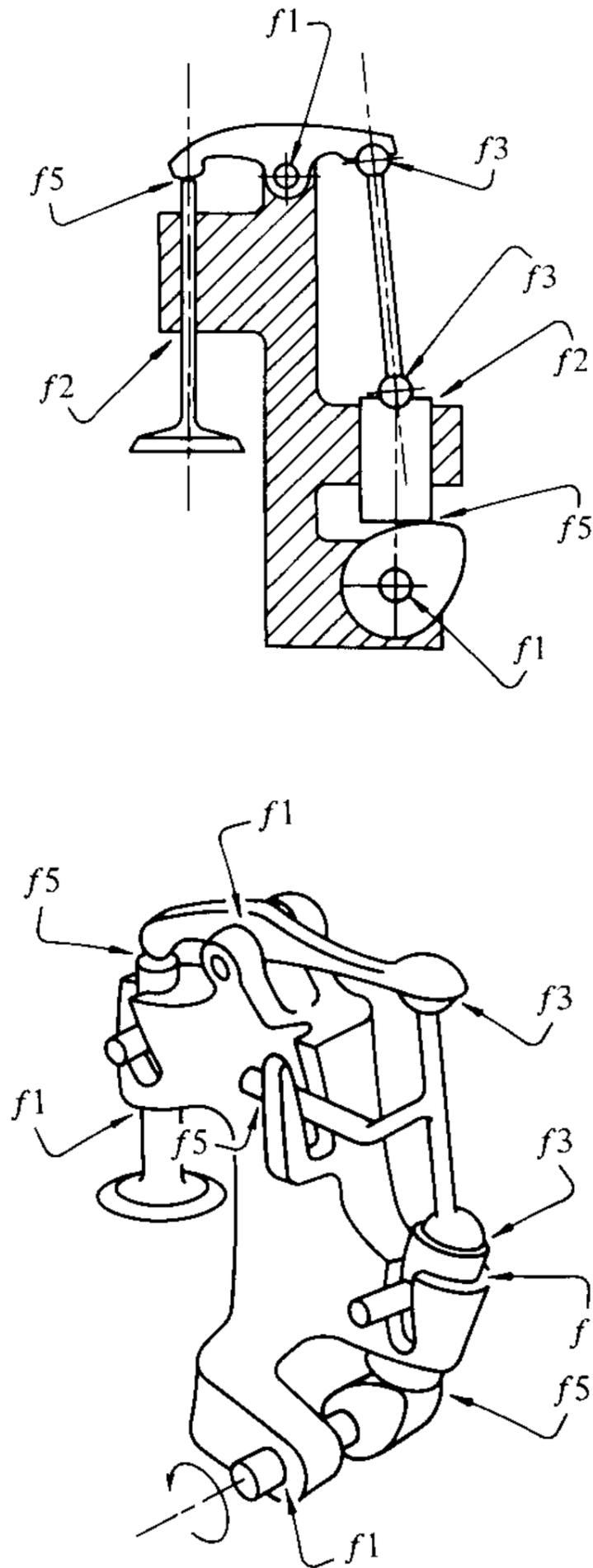


Figura 3.21.

### Aplicaciones (3).

APLICACIONES (3) (Fig. 38). El planteamiento de Phillips se puede aplicar a cualquier tipo de mecanismo, entendido este como un conjunto de cuerpos interconectados. Aquí lo vemos aplicado a mecanismos cotidianos. Todos ellos tienen varios grados de libertad, luego varios movimientos posibles. En la realidad lo que sucede es que la gravedad, y la existencia de rozamiento en los pares, se encargan de evitar esos movimientos. (a) 6 gdl; (b) 4 gdl; (c) 13 gdl; (d) 2 gdl; (e) 3 gdl; (f) 2 gdl; y (g) 3 gdl. No sólo debemos saber calcular los gdl de un mecanismo, sino también determinar a qué movimiento está asociado cada gdl.

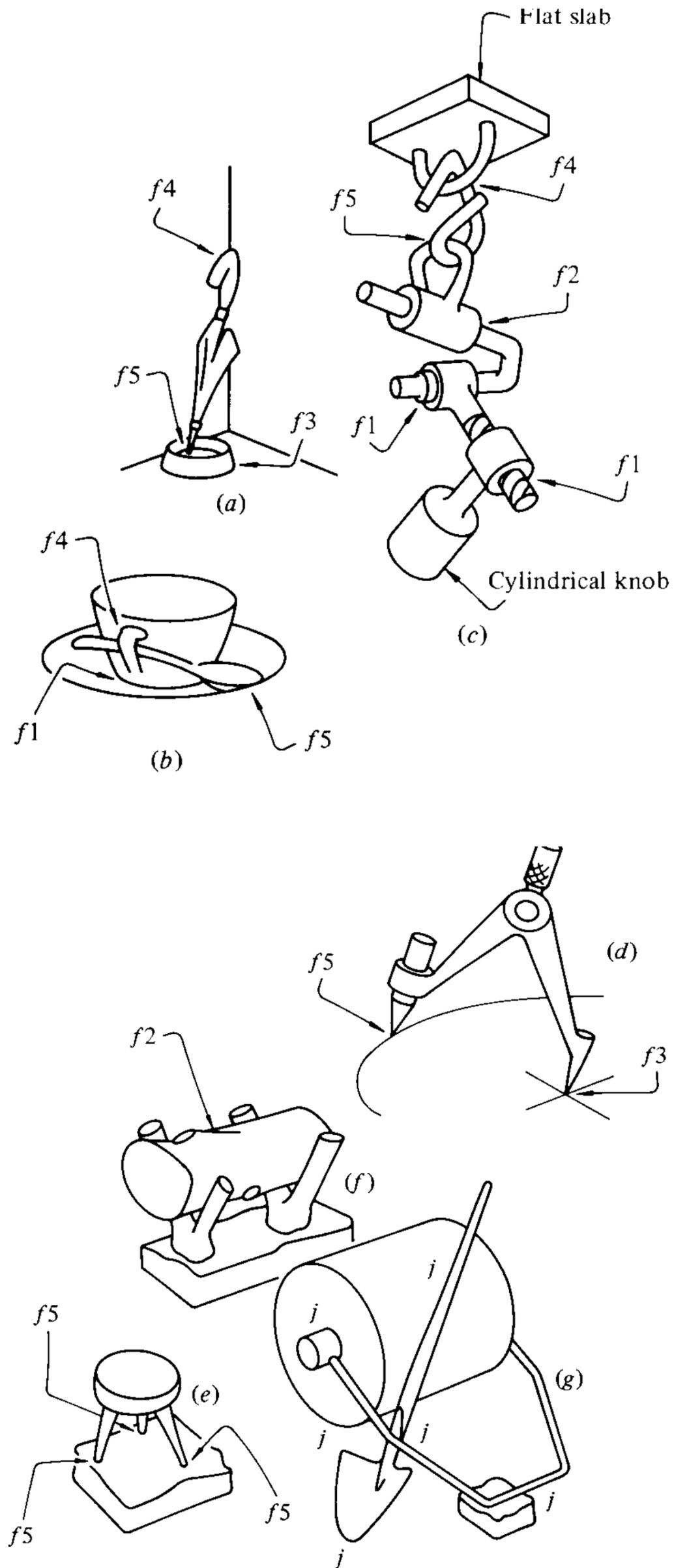


Figura 3.22.

Casos especiales (1) - Mecanismos Planos.

La fórmula de movilidad, aunque sea con el planteamiento de Phillips, fallará en todos aquellos casos en los que tengamos configuraciones geométricas especiales, como por ejemplo, pares con ejes paralelos, o que se cortan todos en un mismo punto, etc. En la figura 39a los ejes de los pares giratorios son paralelos, y la directriz del par prismático coincide con la de los cuerpos que lo forman. La movilidad da:  $M=6*(3-3-1)+3=+3$ . Siendo la movilidad aparente  $M_a=+1$ . En la figura 39b  $M=6*(3-3-1)+6=0$ . Siendo la movilidad aparente,  $M_a=1$ . Si para este último mecanismo utilizásemos la fórmula para mecanismos planos obtendríamos:  $M=3*(3-1) -2*2 -1*1=1$ , es decir el número correcto de grados de libertad.

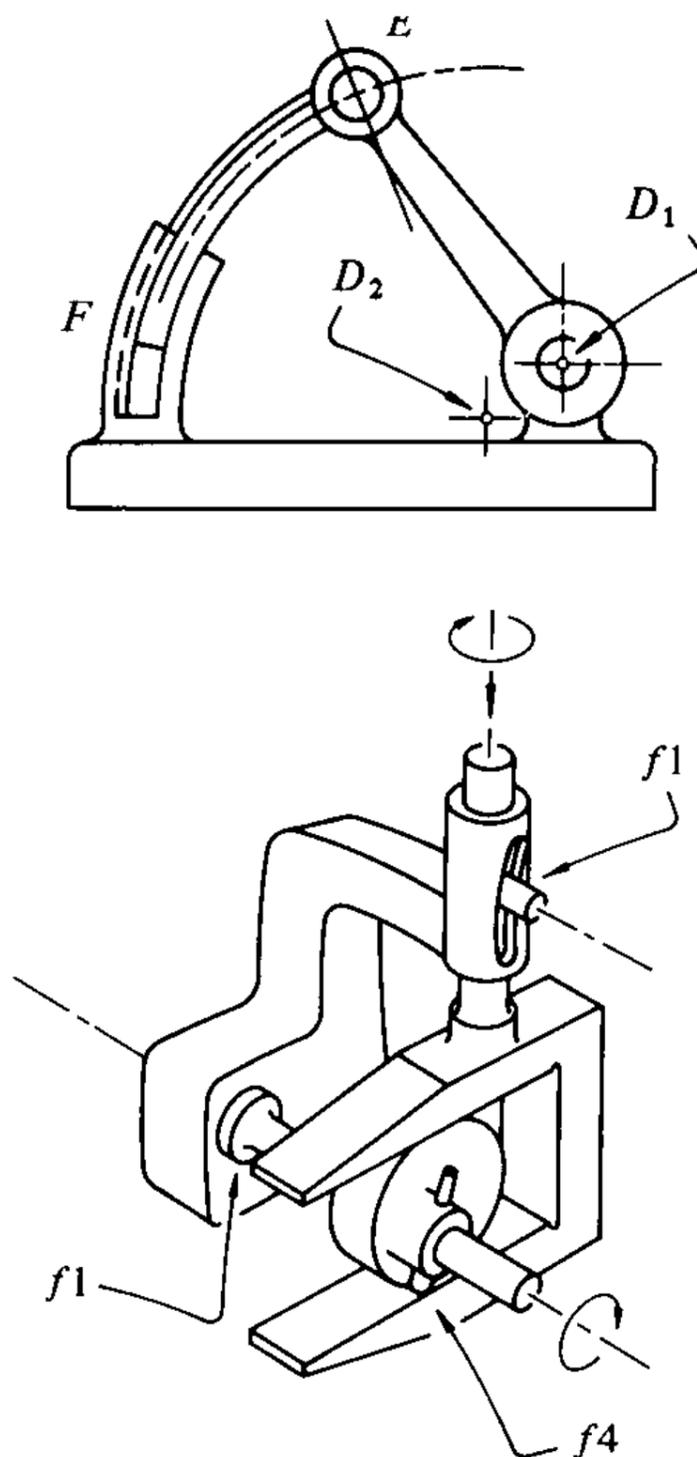


Figura 3.23.

Casos Especiales (2).

En la figura 40a, Gruebler da:  $M=6*6(4-4-1)+1+1+1+1=-2$ . Siendo la movilidad aparente  $M_a=1$ . En este caso el resultado es correcto si se aplica la formula de movilidad para mecanismos planos:  $M=3*(4-1)-2*4=+1$ . La figura 40b es el mecanismo de Bennet, ya comentado. En la figura 40c,  $M=6*(4-4-1)+1+2+2+1=0$ , siendo la movilidad aparente  $M_a=1$ . En este caso, se trata de un mecanismo sobrerestringido, el último par, que es cilíndrico, es redundante. Si lo hubiésemos considerado como giratorio, la formula habría dado el resultado correcto.

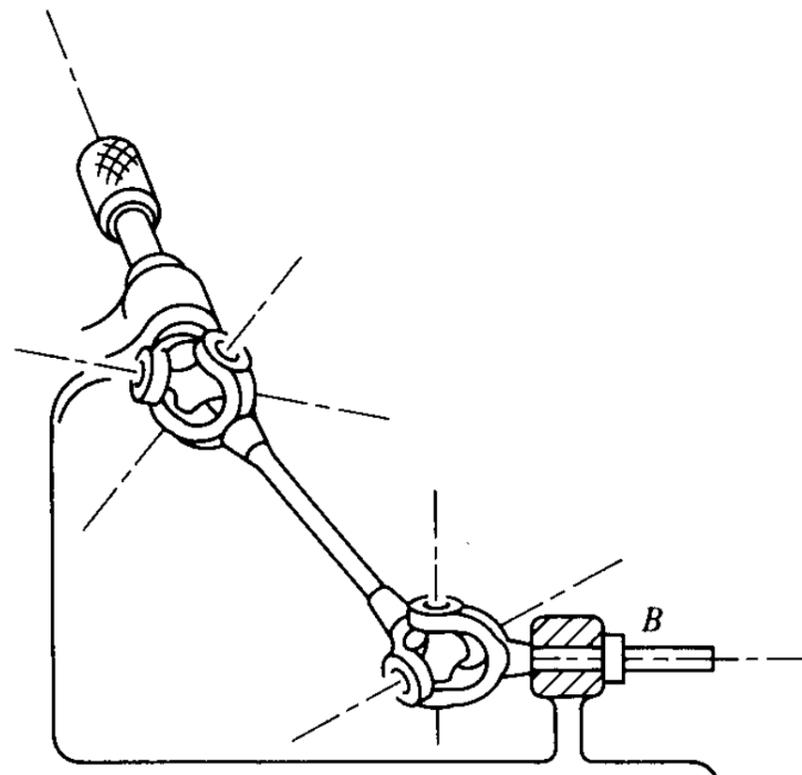
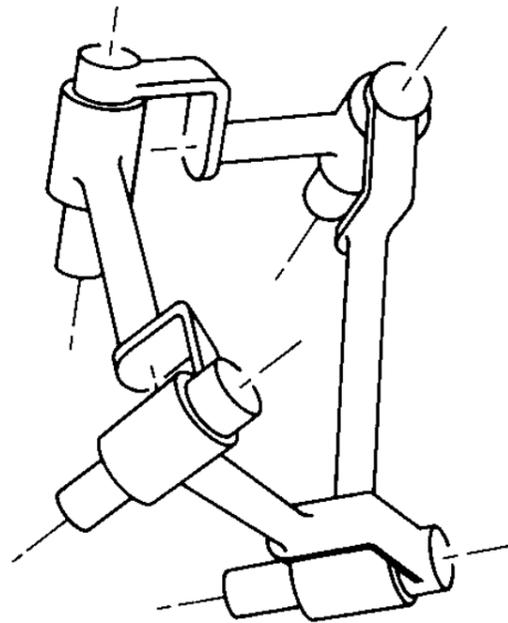
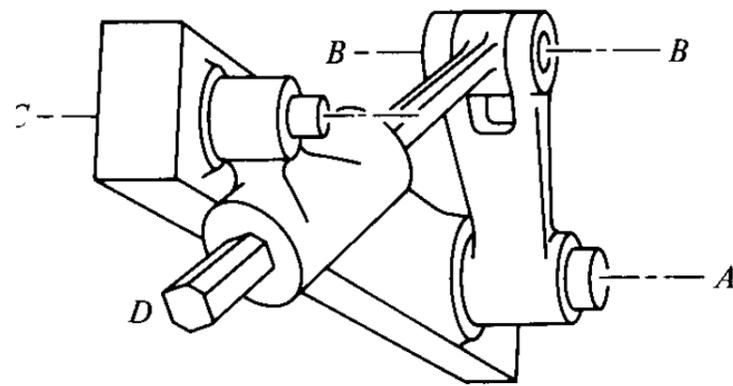


Figura 3.24.

### Casos Especiales (3) - Mecanismos Esféricos.

También fallará cuando la apliquemos a mecanismos esféricos, como el de la figura 41. Se llama esférico, porque los puntos de todos los cuerpos se mueven sobre superficies esféricas concéntricas. Aplicando la formula de movilidad tenemos :  $M=6*(4-4-1)+1+1+1=-2$ . Para los mecanismos esféricos, la aplicación de la formula de movilidad para mecanismos planos si que da los gdl reales:  $M=3*(4-1)-2*4=+1$ .

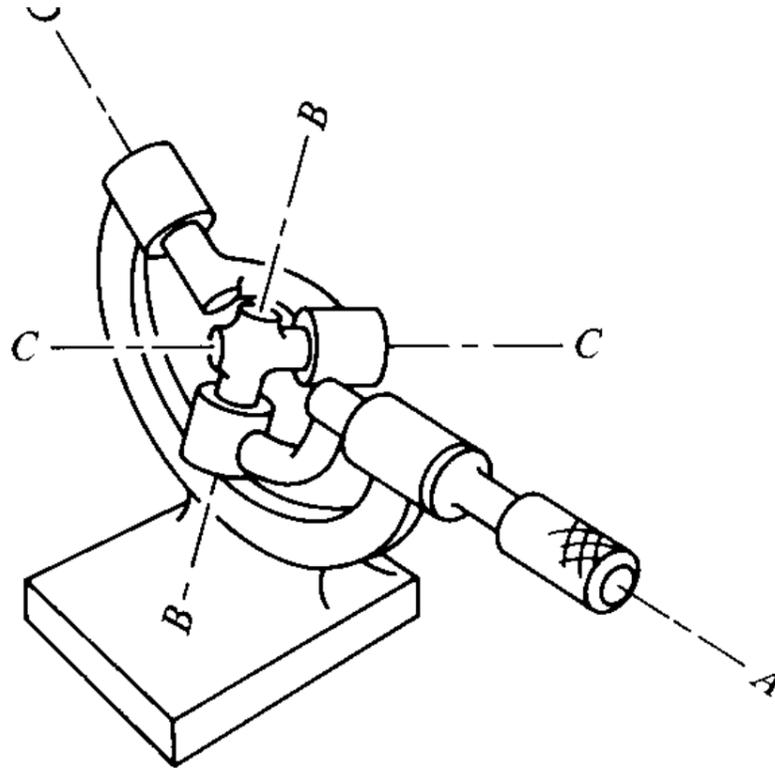


Figura 3.25.

**Casos Especiales (4) - Cuerpos flexibles.**

Es posible incluir cuerpos flexibles y aplicar la fórmula de movilidad con éxito. Lo único que hay que hacer es sumar los gdl del cuerpo flexible. En la Fig. 42(a), el cuerpo flexible tiene 2 gdl (flexión alrededor del eje X e Y). Luego,  $M=6*(3-3-1)+1+5+0+2=+2$ . En la Fig. 42(b), el cuerpo flexible también tiene 2 gdl (giro alrededor el eje X, y y giro alrededor de su eje longitudinal).

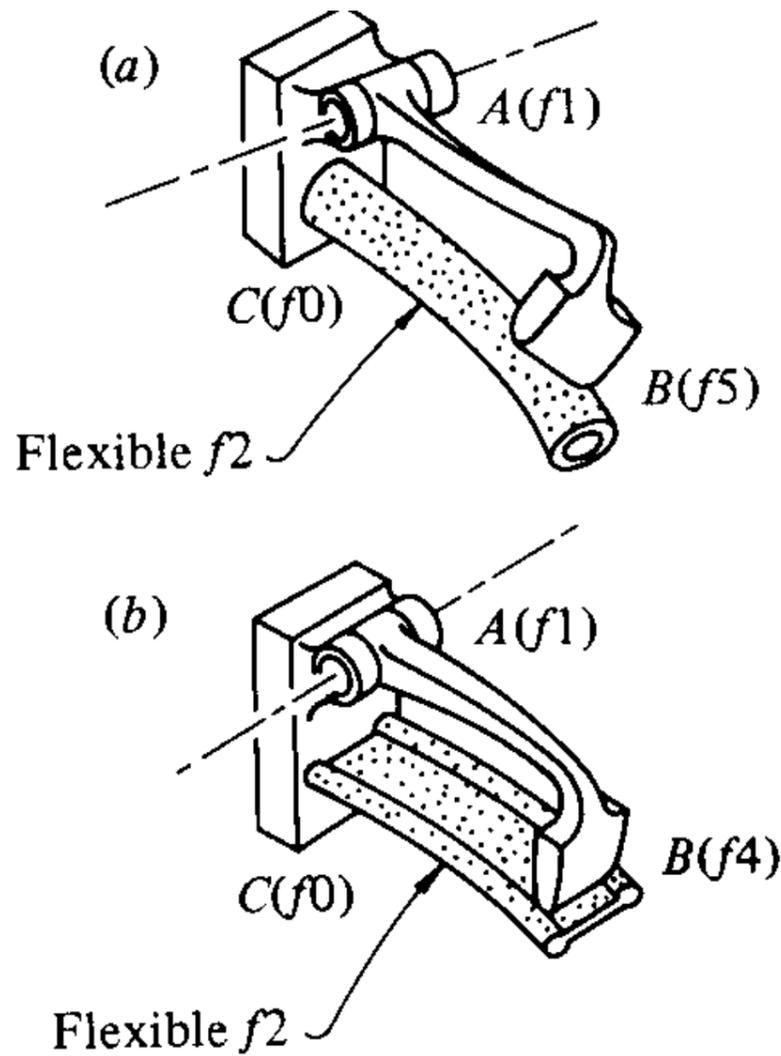


Figura 3.26.