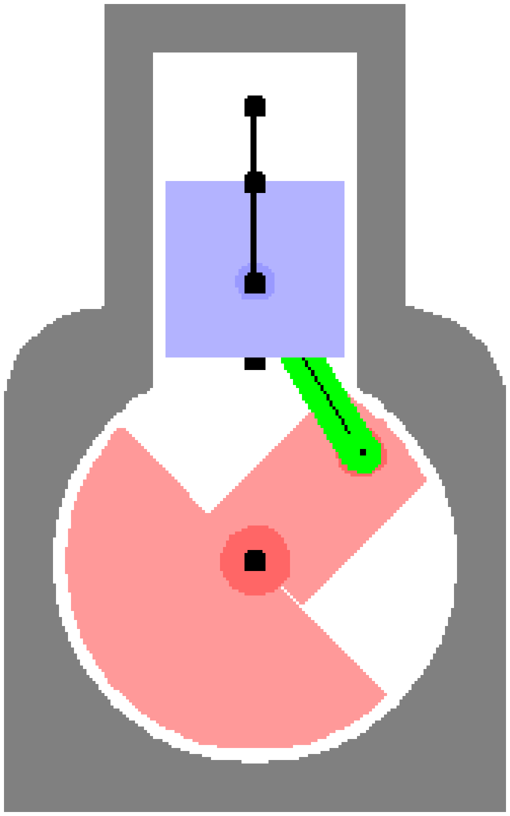
METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

COORDENADAS GENERALIZADAS DEL SISTEMA



VECTOR COORDENADAS GENERALIZADAS DEL SISTEMA:

$$\mathbf{q} \equiv [q_1, \quad q_2, \quad \cdots, \quad q_{nc}]^T$$

EJEMPLO COMPRESOR - 2D:

$$nc = 9$$

$$\mathbf{q} \equiv [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6 \quad q_7 \quad q_8 \quad q_9]^T$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

COORDENADAS GENERALIZADAS CUERPO MOVIL

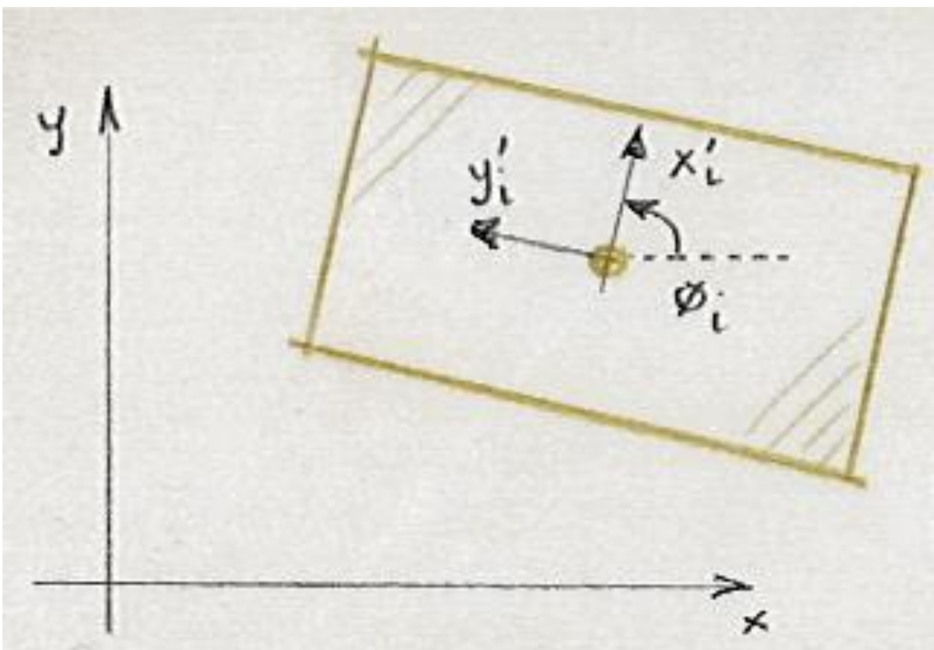
PARA CADA CUERPO:

- SISTEMA DE REFERENCIA CARTESIANO LOCAL
- VECTOR DE COORDENADAS GENERALIZADAS CARTESIANAS:

$x'_i - y'_i$

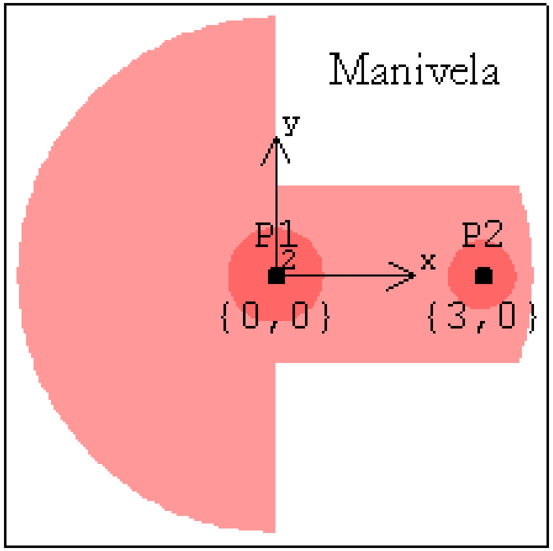
$\mathbf{r}_i = [x, \quad y]_i^T \qquad \phi_i$

$\mathbf{q}_i = [x, \quad y, \quad \phi]_i^T$



METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

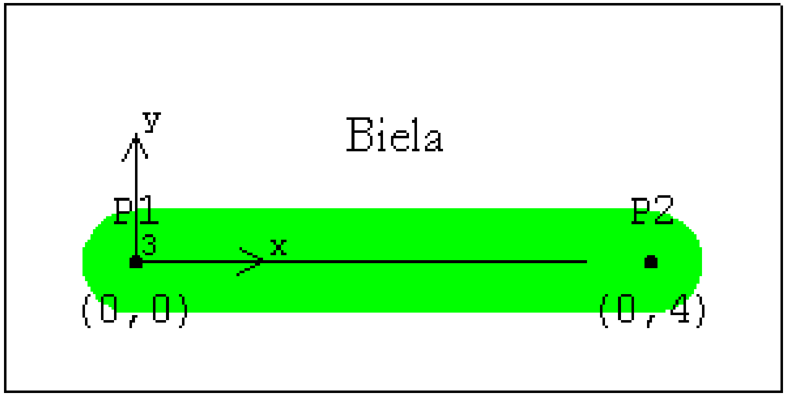
COORDENADAS GENERALIZADAS CUERPOS MOVILES



VECTOR COORDENADAS GENERALIZADAS CUERPO 2:

$$q_2 = [x, \quad y, \quad \phi]_2^T$$

$$q_2 = [X2, \quad Y2, \quad Th2]_2^T$$



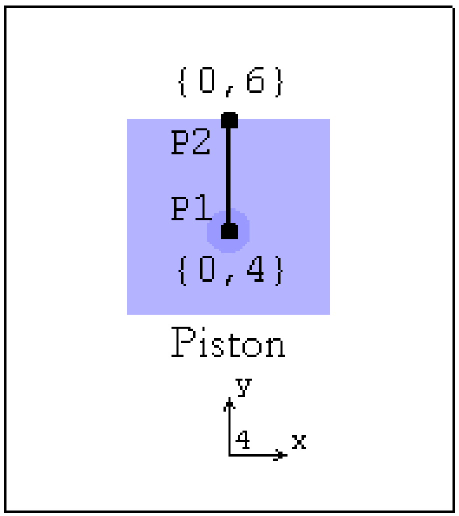
VECTOR COORDENADAS GENERALIZADAS CUERPO 3:

$$q_3 = [x, \quad y, \quad \phi]_3^T$$

$$q_3 = [X3, \quad Y3, \quad Th3]_3^T$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

COORDENADAS GENERALIZADAS CUERPOS MOVILES



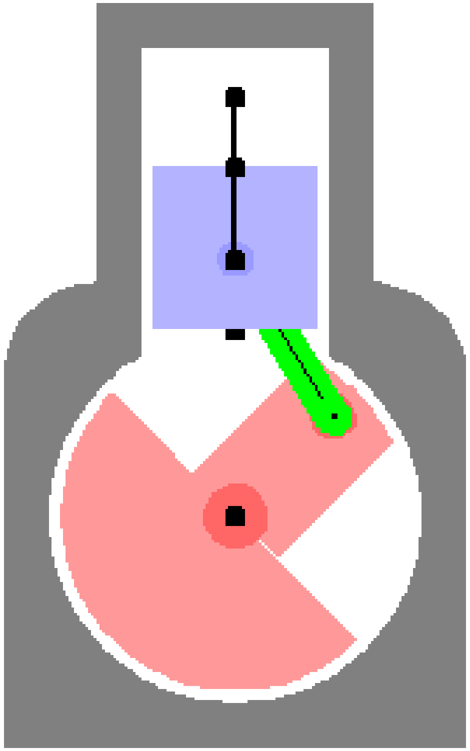
VECTOR COORDENADAS GENERALIZADAS CUERPO **4:**

$$\mathbf{q}_4 = [x,\ \ y,\ \ \phi]_4^T$$

$$\mathbf{q}_4 = [X4,\ \ Y4,\ \ Th4]_4^T$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

COORDENADAS GENERALIZADAS DEL SISTEMA



VECTOR COORDENADAS GENERALIZADAS DEL SISTEMA:

No. CUERPOS MOVILES

$nb = 3$

$$\mathbf{q} = \left[\mathbf{q}_1^T \quad \mathbf{q}_2^T \quad \mathbf{q}_3^T \right]$$

$$\mathbf{q} \equiv [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6 \quad q_7 \quad q_8 \quad q_9]^T$$

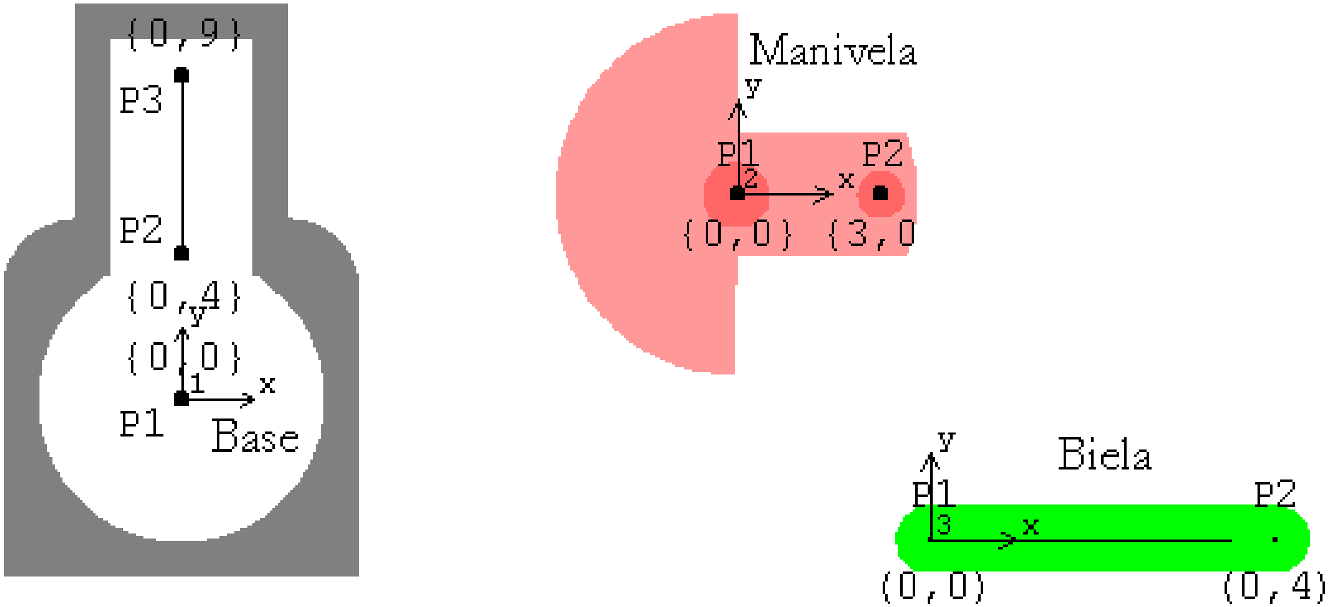
EJEMPLO COMPRESOR - 2D:

$$\mathbf{q} \equiv [X2 \quad Y2 \quad Th2 \quad X3 \quad Y3 \quad Th3 \quad X4 \quad Y4 \quad Th4]^T$$

COORDENADAS **NO** INDEPENDIENTES, RELACIONADAS MEDIANTE LAS ECUACIONES CORRESPONDIENTES A LAS RESTRICCIONES IMPUESTAS POR LOS PARES EXISTENTES

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

DEFINICION DE CUERPOS

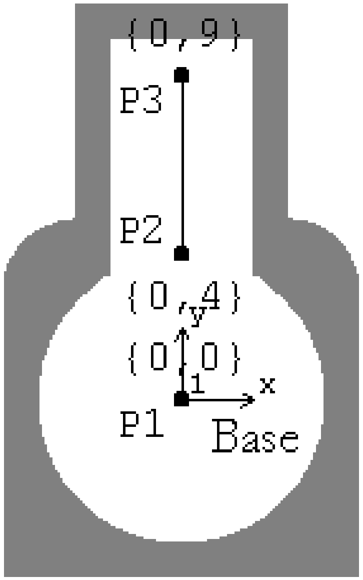


CUERPOS QUE COMPONEN EL SISTEMA MECANICO:

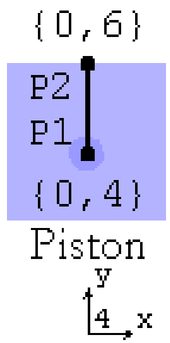
```
base = 1;
manivela = 2;
biela  = 3;
piston = 4;
```

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

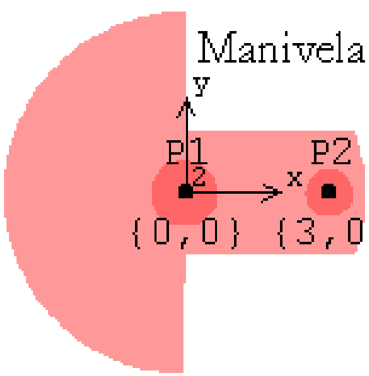
DEFINICION DE CUERPOS

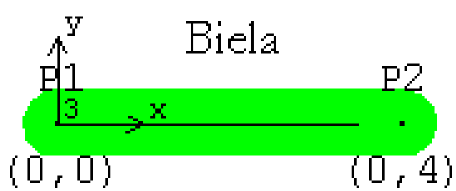


DEFINICION DE CADA CUERPO MEDIANTE PUNTOS:




```
bd[1] = Body[base, PointList->
  {(*P1*){0., 0.},
   (*P2*){0., 4.},
   (*P3*){0., 9.}}]
bd[2] = Body[manivela, PointList->
  {(*P1*){0., 0.},
   (*P2*){3., 0.}}];
bd[3] = Body[biela, PointList->
  {(*P1*){0.,0.},
   (*P2*){4.,0.}}];
bd[4] = Body[piston, PointList->
  {(*P1*){0., 4.},
   (*P2*){0., 6.}}];
```



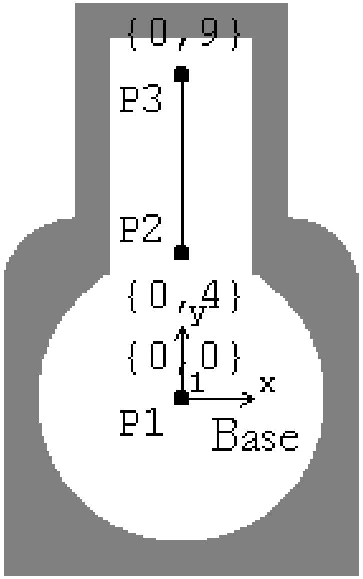



```
SetBodies[ bd[1], bd[2], bd[3], bd[4] ];

SetBodies[Body[biela, InitialGuess->{{2,2},1}]];
```

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

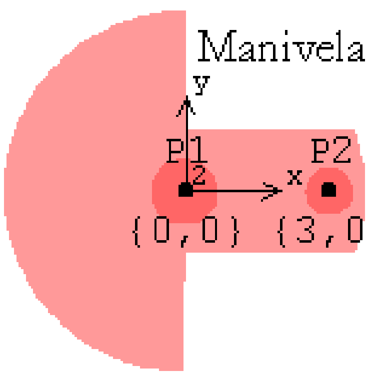
DEFINICION DE LOS PARES CINEMATICOS

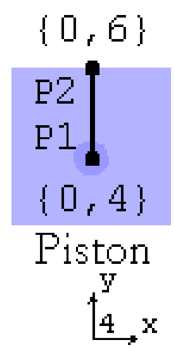


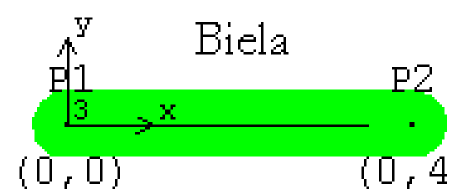
LA DEFINICION DE LAS RESTRICCIONES IMPUESTAS POR LOS PARES EXISTENTES SE REALIZA UTILIZANDO LOS PUNTOS DEFINIDOS EN CADA CUERPO:

```
cs[1] = Revolute2[1,Point[manivela,1], Point[base,1]];
cs[2] = Revolute2[2,Point[biela,1],Point[manivela,2]];
cs[3] = Revolute2[3,Point[piston,1],Point[biela,2]];
cs[4] = Translate2[4,Line[base,2,3], Line[piston,1,2]];
cs[5] = RotationLock1[5,manivela, 2 Pi T];
```

```
SetConstraints[ cs[1], cs[2], cs[3], cs[4], cs[5]];
```

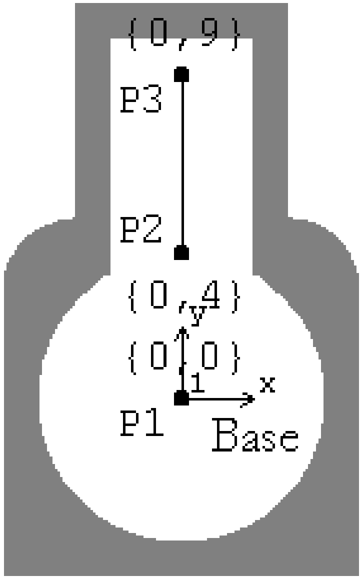




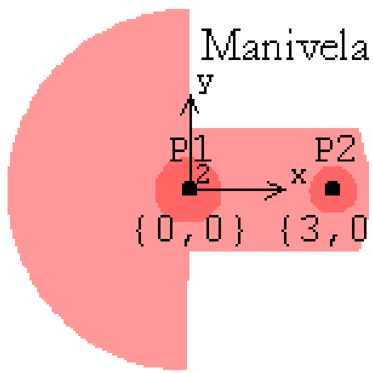


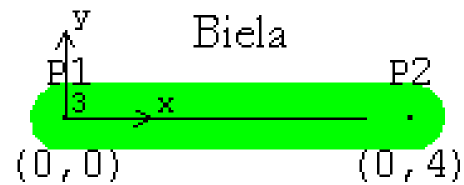
METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

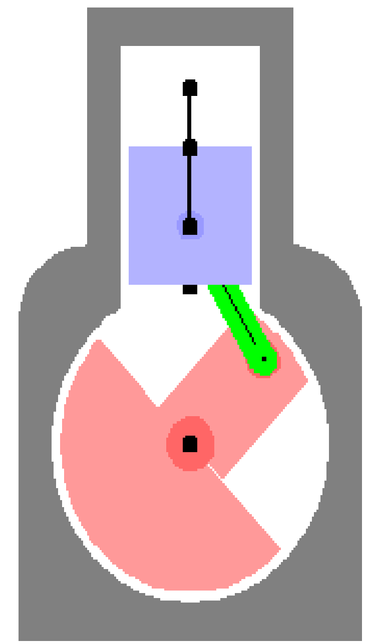
DEFINICION DE LOS PARES CINEMATICOS



LA DEFINICION DE LAS RESTRICCIONES MATEMATICAMENTE SE LLEVA A CABO MEDIANTE UNA SERIE DE ECUACIONES ALGEBRAICAS QUE SON FUNCIONES DE LAS COORDENADAS GENERALIZADAS







MatrixForm[Constraints [1]]

X2 = 0
Y2 = 0

$$\Phi_1^K(\mathbf{q}) = 0$$

$$\Phi_2^K(\mathbf{q}) = 0$$

MatrixForm[Constraints [2]]

X3 = X2 + 3. Cos[Th2]
Y3 = Y2 + 3. Sin[Th2]

$$\Phi_3^K(\mathbf{q}) = 0$$

$$\Phi_4^K(\mathbf{q}) = 0$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

DEFINICION DE LOS PARES CINEMATICOS

LA DEFINICION DE LAS RESTRICCIONES MATEMATICAMENTE SE LLEVA A CABO MEDIANTE UNA SERIE DE ECUACIONES ALGEBRAICAS QUE SON FUNCIONES DE LAS COORDENADAS GENERALIZADAS

MatrixForm[Constraints [1]]

X2 = 0 $\qquad \Phi_1^K(\mathbf{q}) = 0$

Y2 = 0 $\qquad \Phi_2^K(\mathbf{q}) = 0$

MatrixForm[Constraints [2]]

X3 - X2 - 3. Cos[Th2] = 0 $\qquad \Phi_3^K(\mathbf{q}) = 0$

Y3 - Y2 - 3. Sin[Th2] = 0 $\qquad \Phi_4^K(\mathbf{q}) = 0$

MatrixForm[Constraints [3]]

-X3 + X4 - 4. Cos[Th3] - 4. Sin[Th4] = 0 $\qquad \Phi_5^K(\mathbf{q}) = 0$

-Y3 + Y4 + 4. Cos[Th4] - 4. Sin[Th3] = 0 $\qquad \Phi_6^K(\mathbf{q}) = 0$

MatrixForm[Constraints [4]]

10. Sin[Th4] = 0 $\qquad \Phi_7^K(\mathbf{q}) = 0$

2. Cos[Th4] (X4 - 4. Sin[Th4]) - 2. (4. - Y4 - 4. Cos[Th4]) Sin[Th4] = 0 $\qquad \Phi_8^K(\mathbf{q}) = 0$

SON LAS **ECUACIONES DE RESTRICCION CINEMATICAS** HOLONOMICAS. $\qquad nh = 8$

VECTOR RESTRICCIONES CINEMATICAS:

$$\Phi^K(\mathbf{q}) = \left[\Phi_1^K(\mathbf{q}), \quad \cdots, \quad \Phi_8^K(\mathbf{q})\right]^T = \mathbf{0}$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

G.D.Ls Y DEFINICION DEL MOVIMIENTO DEL SISTEMA

SI nc > nh LAS ECUACIONES DE RESTRICCION NO SON SUFICIENTES EN NUMERO PARA DETERMINAR EL VECTOR DE COORDENADAS GENERALIZADAS DEL SISTEMA.

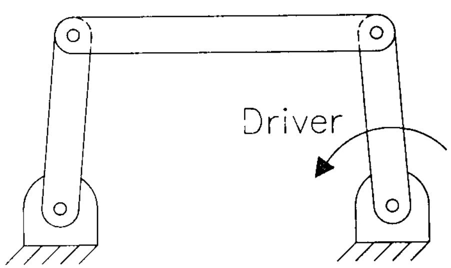
$$\mathbf{q} \equiv [X2 \quad Y2 \quad Th2 \quad X3 \quad Y3 \quad Th3 \quad X4 \quad Y4 \quad Th4]^T$$

SE DICE QUE EL SISTEMA TIENE:

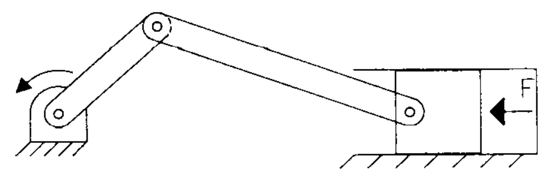
$$nc - nh$$

GRADOS DE LIBERTAD (GDL o DOF):

PARA DETERMINAR EL MOVIMIENTO DEL SISTEMA, O BIEN SE DEFINE UN No. GDL DE RESTRICCIONES DE CONDUCCION (**ANALISIS CINEMATICO**); O BIEN SE DEFINEN LAS FUERZAS Y/O PARES QUE ACTUAN SOBRE EL MISMO Y LE PROVOCAN EL MOVIMIENTO (**ANALISIS DINAMICO DIRECTO**)..



Kinematic Analysis

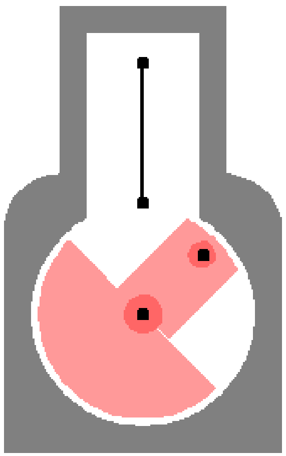


Dynamic Analysis

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

ANALISIS CINEMATICO (POSICION)

PARA PODER REALIZAR EL ANALISIS CINEMATICO DEL SISTEMA SERA NECESARIO DEFINIR UN No. GDL DE RESTRICCIONES DE CONDUCCION (DRIVERS):



```
cs[1] = Revolute2[1,Point[manivela,1], Point[base,1]];
cs[2] = Revolute2[2,Point[biela,1],Point[manivela,2]];
cs[3] = Revolute2[3,Point[piston,1],Point[biela,2]];
cs[4] = Translate2[4,Line[base,2,3], Line[piston,1,2]];
cs[5] = RotationLock1[5,manivela, 2 Pi T];
```

```
MatrixForm[Constraints [5]]
-2 Pi T + Th2 = 0
```

$$\Phi_1^D(\mathbf{q}) = 0$$

VECTOR RESTRICCIONES DE CONDUCCION: $\Phi^D(\mathbf{q},t) = \left[\Phi_1^D(\mathbf{q},t),\right]^T = \mathbf{0}$

DE ESTA FORMA SERA POSIBLE DETERMINAR LA CONFIGURACION DEL SISTEMA COMO UNA FUNCION DEL TIEMPO, ES DECIR EL VECTOR DE COORDENADAS GENERALIZADAS PARA CADA INSTANTE. TENDREMOS UN **SISTEMA CONDUCIDO CINEMATICAMENTE.**

VECTOR RESTRICCIONES:

$$\Phi(\mathbf{q},t) = \begin{bmatrix} \Phi^K(\mathbf{q},t) \\ \\ \Phi^D(\mathbf{q},t) \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

VECTOR COORDENADAS GENERALIZADAS:

$$\mathbf{q}(T) \equiv [X2(T) \quad \cdots \quad Th4(T)]^T$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

ANALISIS CINEMATICO (POSICION)

UTILIZANDO METODOS NUMERICOS SE PODRA RESOLVER EL SISTEMA DE ECUACIONES DE RESTRICCION (INCLUYENDO LAS CINEMATICAS Y LAS DE CONDUCCION) PARA OBTENER EL VECTOR DE COORDENADAS GENERALIZADAS EN CADA INSTANTE:

```
MatrixForm[Constraints[All]]
X2 = 0
Y2 = 0
-X2 + X3 - 3. Cos[Th2] = 0
-Y2 + Y3 - 3. Sin[Th2] = 0
-X3 + X4 - 4. Cos[Th3] - 4. Sin[Th4] = 0
-Y3 + Y4 + 4. Cos[Th4] - 4. Sin[Th3] = 0
10. Sin[Th4] = 0
2. Cos[Th4] (X4 - 4. Sin[Th4]) - 2. (4. - Y4 - 4. Cos[Th4]) Sin[Th4] = 0
-2 Pi T + Th2 = 0

 SolveMech[0.]
 {T -> 0., X2 -> 0., Y2 -> 0., Th2 -> 0., X3 -> 3., Y3 -> 0., Th3 -> 2.41886,
                   -22                                      -23
  X4 -> -3.83377 10   , Y4 -> -1.35425, Th4 -> -5.29396 10   }
```

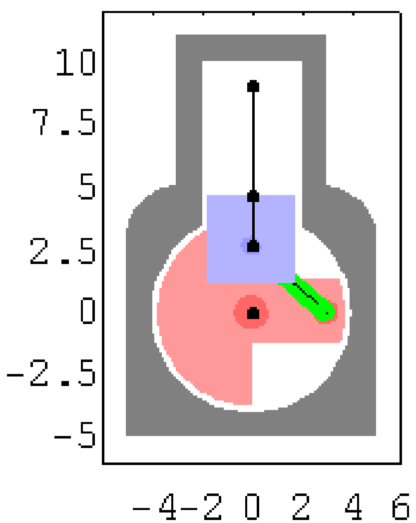
METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

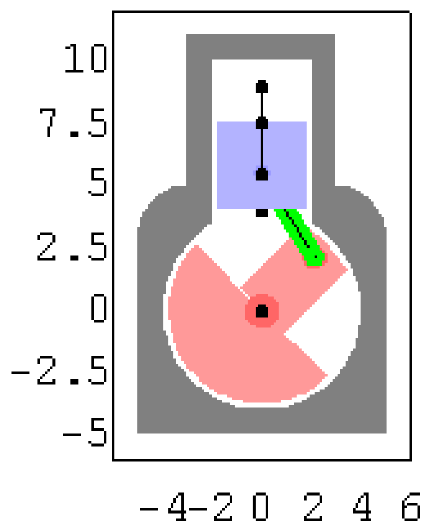
ANALISIS CINEMATICO (POSICION)

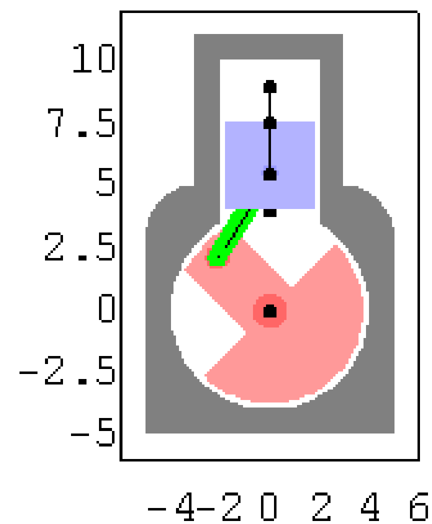
```
MatrixForm[SolveMech[0.]]
T -> 0.
X2 -> 0.
Y2 -> 0.
Th2 -> 0.
X3 -> 3.
Y3 -> 0.
Th3 -> 2.41886
                      -22
X4 -> -3.83377 10
Y4 -> -1.35425
                       -23
Th4 -> -5.29396 10
```

```
MatrixForm[SolveMech[0.125]]
T -> 0.125
X2 -> 0.
Y2 -> 0.
Th2 -> 0.785398
X3 -> 2.12132
Y3 -> 2.12132
Th3 -> 2.12979
                    -23
X4 -> 4.14759 10
Y4 -> 1.51249
                     -25
Th4 -> 3.61554 10
```

```
MatrixForm[SolveMech[0.375]]
T -> 0.375
X2 -> 0.
Y2 -> 0.
Th2 -> 2.35619
X3 -> -2.12132
Y3 -> 2.12132
Th3 -> 13.5782
                    -23
X4 -> 4.82531 10
Y4 -> 1.51249
                     -22
Th4 -> 1.05827 10
```







METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

ANALISIS CINEMATICO (POSICION)

YA QUE **q (POSICION)** NO SE CONOCE EXPLICITAMENTE COMO FUNCION DEL TIEMPO, NO PODRAN OBTENERSE SUS DERIVADAS TEMPORALES DIRECTAMENTE, ES DECIR:

$\dot{q}$ (**VELOCIDAD**) $\ddot{q}$ (**ACELERACION**)

UTILIZAREMOS LA REGLA DE LA CADENA DE LA DIFERENCIACION SOBRE LA ECUACION VECTORIAL DE LAS RESTRICCIOINES Y OBTENDREMOS LA **ECUACION VECTORIAL DE LAS VELOCIDADES** Y LA DE LAS **ACELERACIONES**:

ECUACION VECTORIAL DE LAS RESTRICCIONES:

$$\Phi(\mathbf{q},t) = \begin{bmatrix} \Phi^K(\mathbf{q},t) \\ \\ \Phi^D(\mathbf{q},t) \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

ECUACION VECTORIAL DE LAS VELOCIDADES:

$$\dot{\Phi} = \Phi_{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}} + \Phi_t = \mathbf{0} \quad \text{O BIEN} \quad \Phi_{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}} = -\Phi_t \equiv \nu$$

ECUACION VECTORIAL DE LAS ACELERACIONES:

$$\Phi_{\mathbf{q}}\ddot{\mathbf{q}} + (\Phi_{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}})_{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}} + \Phi_{\mathbf{q}t}\dot{\mathbf{q}} = -\Phi_{t\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}} - \Phi_{tt} \quad \text{O BIEN} \quad \Phi_{\mathbf{q}}\ddot{\mathbf{q}} = -(\Phi_{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}})_{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}} - 2\Phi_{\mathbf{q}t}\dot{\mathbf{q}} - \Phi_{tt} = \gamma$$

PARA DICHAS ECUACIONES PUEDAN RESOLVERSE, ES IMPRESCINCIBLE QUE LA **MATRIZ JACOBIANA** SEA NO SINGULAR. $\Phi_{\mathbf{q}}$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

REPRESENTACION DE VECTORES

(1) REPRESENTACION GEOMETRICA:

$$\vec{a} = a_x \, \vec{i} + a_y \, \vec{j}$$

(2) REPRESENTACION ALGEBRAICA:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x, & a_y \end{bmatrix}^T$$

(3) SUMA DE VECTORES:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

(4) SUMA DE VECTORES:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$$

LA REPRESENTACION ALGEBRAICA PERMITE DEFINIR VECTORES EN EL PLANO CON MAS DE 3 COMPONENTES:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x, & a_y \end{bmatrix}^T, \ \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_x, & b_y \end{bmatrix}^T, \ \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_x, & c_y \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} a_x, & a_y, & b_x, & b_y, & c_x, & c_y \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T, & \mathbf{b}^T, & \mathbf{c}^T \end{bmatrix}$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

REPRESENTACION DE VECTORES

(5) REPRESENTACION GEOMETRICA DEL PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES:

(6) REPRESENTACION ALGEBRAICA DEL PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES:

$$\vec{a}.\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y = \mathbf{a}^T \mathbf{b}$$

(7) REPRESENTACION GEOMETRICA DE UN VECTOR PERPENDICULAR A OTRO:

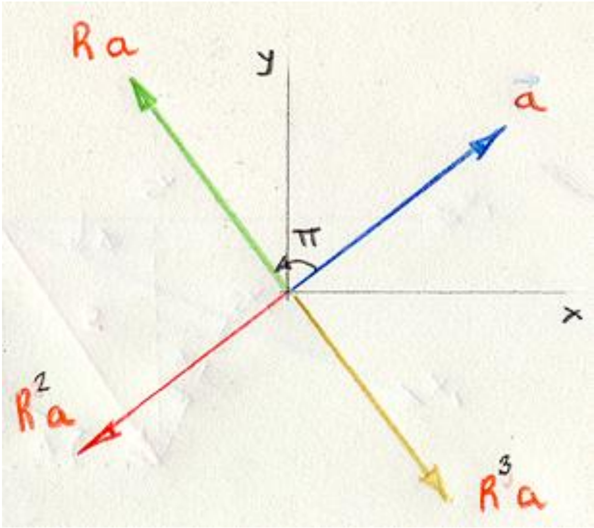
$$\vec{a}^{\perp} = -a_y \ \vec{i} + a_x \ \vec{j}$$

(8) REPRESENTACION ALGEBRAICA DE UN VECTOR PERPENDICULAR A OTRO:

$$\mathbf{a}^{\perp} = \begin{bmatrix} -a_y \\ a_x \end{bmatrix} = \mathbf{R}\mathbf{a}$$

R ES LA MATRIZ DE ROTACION, QUE ES ORTOGONAL:

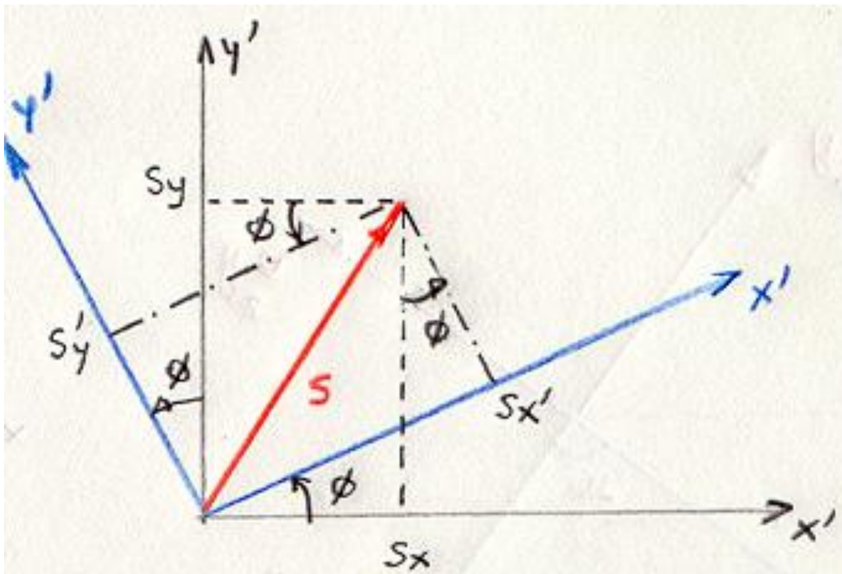
$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{R}^T\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}, \ \mathbf{R}\mathbf{R} = -\mathbf{I}$$



METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

MATRIZ DE TRANSFORMACION

SE TRATA DE OBTENER LA REPRESENTACION ALGEBRAICA DE UN MISMO VECTOR EN DOS SISTEMAS DE REFERENCIA CARTESIANOS. CONSIDERAREMOS DOS CASOS.



(1) SISTEMAS TIENEN EL MISMO ORIGEN:

$$\mathbf{s} = \left[s_x \ , \ \ s_y \right]^T$$

$$\mathbf{s}' = \left[s_{x'} \ , \ \ s_{y'} \right]^T$$

$$s_x = s_{x'} \cos\phi - s_{y'} \sin\phi$$

$$s_y = s_{x'} \sin\phi + s_{y'} \cos\phi$$

MATRIZ DE TRANSFORMACION DE ROTACION

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}(\phi) \equiv \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{A}\mathbf{s}'$$

A ES ORTOGONAL $\qquad \boldsymbol{A}^T = \boldsymbol{A}^{-1}$

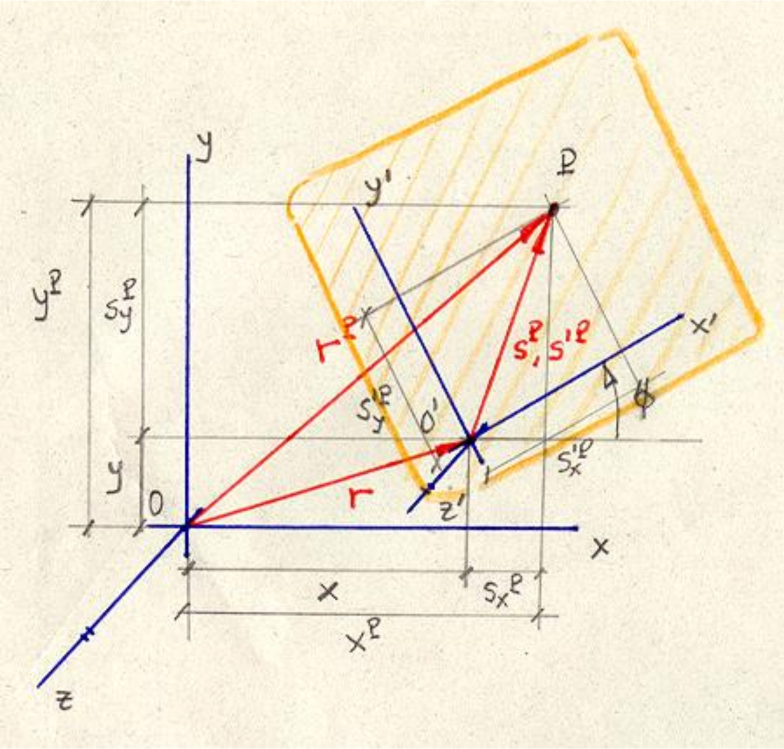
$$\mathbf{s}' = \boldsymbol{A}^T\mathbf{s}$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

MATRIZ DE TRANSFORMACION

(1) SISTEMAS NO TIENEN EL MISMO ORIGEN:

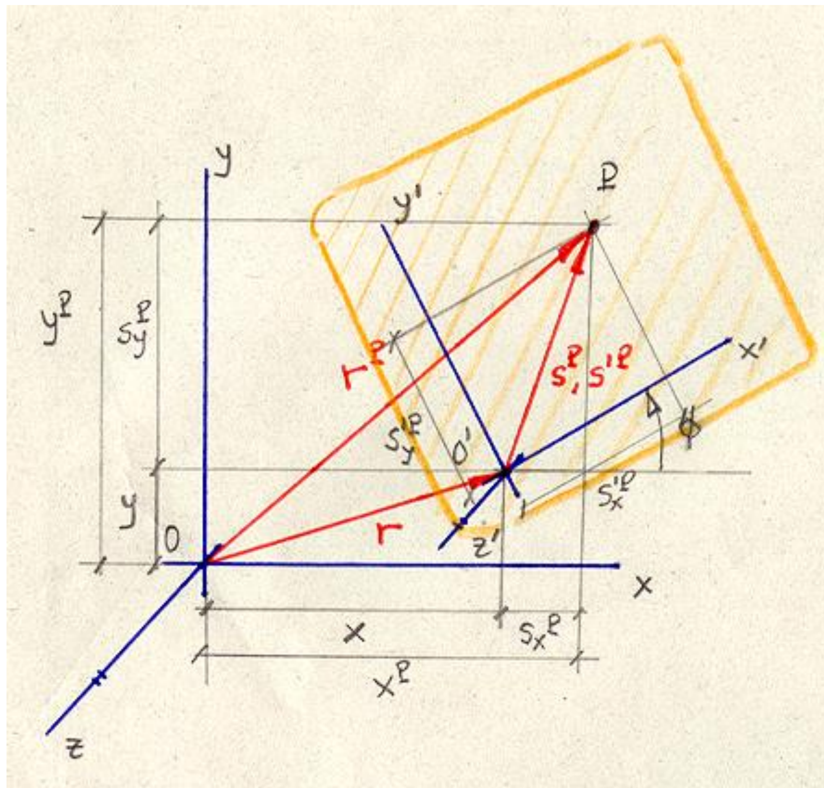
CUANDO LOS ORIGENES DE LOS SISTEMAS DE COORDENADAS NO COINCIDEN, EL ANALISIS LLEVADO A CABO EN AL ANTERIOR TRANSPARENCIA SE PUEDE APLICAR ENTRE LOS SISTEMAS DE REFERENCIA **x-y** Y EL TRASLADADO **x'-y'**.



$$\mathbf{r}^P = \mathbf{r} + \mathbf{s}^P = \mathbf{r} + \mathbf{A}\,\mathbf{s}'^P$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

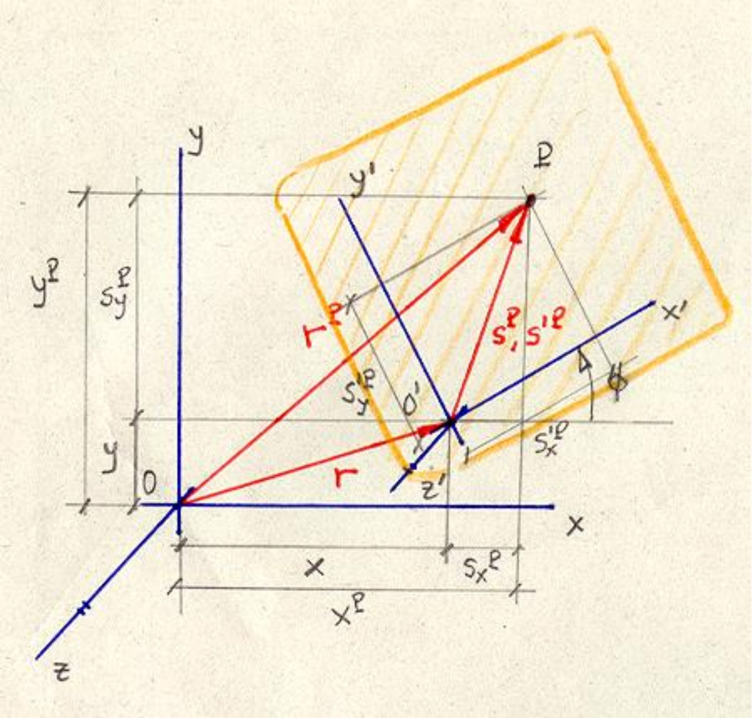
RELACIONES VECTORIALES BASICAS
(ANALISIS CINEMATICO)



CONSIDEREMOS UN SISTEMA DE REFERENCIA CARTESIANO FIJO EN UN CUERPO MOVIL, Y UN SISTEMA DE REFERENCIA GLOBAL ESTACIONARIO. CONSIDEREMOS UN PUNTO **P** QUE PERTENECE AL CUERPO MOVIL CITADO. SE TRATA DE ESTUDIAR EL MOVIMIENTO DE ESE PUNTO RESPECTO A LOS DOS SISTEMAS DE REFERENCIA

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

RELACIONES VECTORIALES BASICAS
(ANALISIS CINEMATICO)



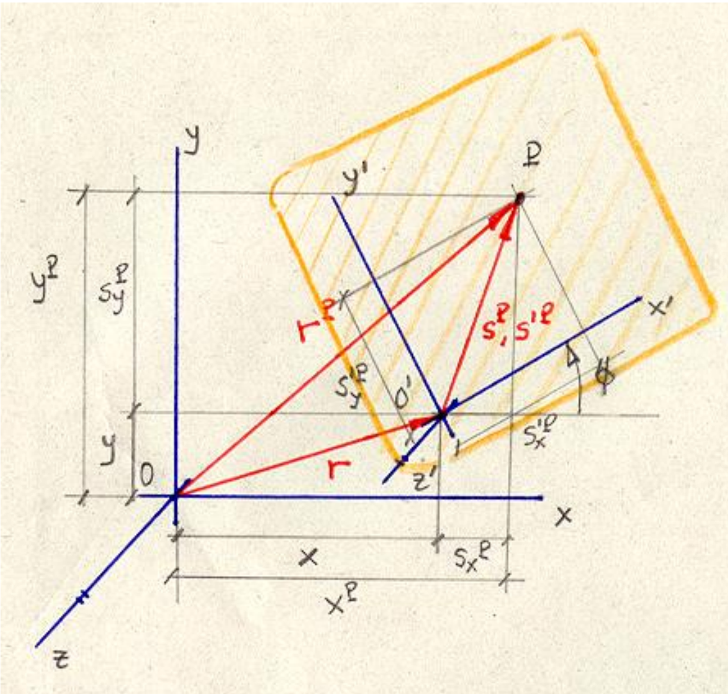
(1) VECTOR POSICION PUNTO **P**:

$$\mathbf{r}^P = \mathbf{r} + \mathbf{s}^P = \mathbf{r} + \mathbf{A}\,\mathbf{s}'^P$$

donde $\mathbf{s}'^P$ es el vector constante de las coordenadas del punto P en el sistema de referencia $x' - y'$ y $\mathbf{A}$ es la matriz de transformación entre el sistema $x' - y'$ y el sistema $x - y$.

Al estar el sistema $x' - y'$ moviéndose y cambiando su orientación con el tiempo, el vector $\mathbf{r}$ y la matriz de transformación $\mathbf{A}$ son funciones del tiempo

RELACIONES VECTORIALES BASICAS
(ANALISIS CINEMATICO)



(2) VECTOR VELOCIDAD PUNTO **P**:

$$\dot{\mathbf{r}}^P = \dot{\mathbf{r}} + \dot{\mathbf{A}}\mathbf{s}'^P$$

$$\dot{\mathbf{A}} = \dot{\mathbf{A}}(\phi) = \dot{\phi}\frac{d}{d\phi}\mathbf{A} = \dot{\phi}\begin{bmatrix} -\sin\phi & -\cos\phi \\ \cos\phi & -\sin\phi \end{bmatrix} \equiv \dot{\phi}\,\mathbf{B}$$

$$\dot{\mathbf{r}}^P = \dot{\mathbf{r}} + \dot{\phi}\mathbf{B}\mathbf{s}'^P$$

UTILIZANDO LA MATRIZ DE ROTACION ORTOGONAL **R**:

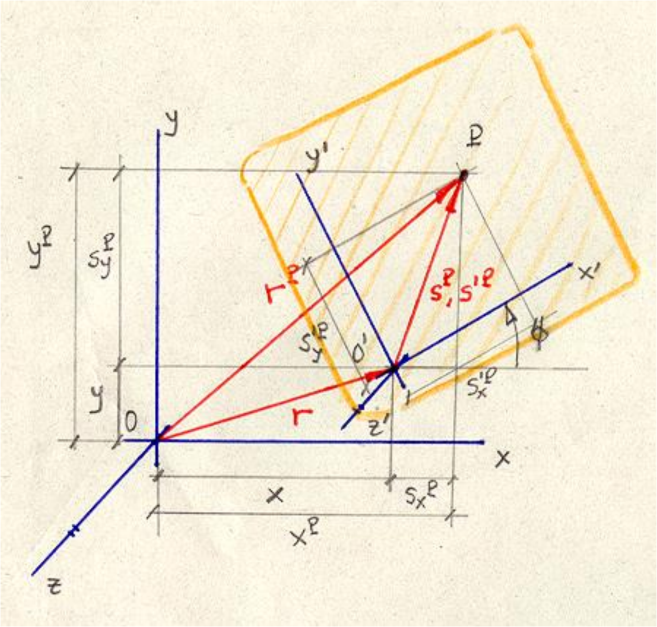
$$\mathbf{A}\mathbf{R} = \mathbf{R}\mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\phi & -\cos\phi \\ \cos\phi & -\sin\phi \end{bmatrix} = \mathbf{B}$$

$$\dot{\mathbf{r}}^P = \dot{\mathbf{r}} + \dot{\phi}\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{s}'^P = \dot{\mathbf{r}} + \dot{\phi}\mathbf{A}\mathbf{s}'^{P\perp} = \dot{\mathbf{r}} + \dot{\phi}\mathbf{s}^{P\perp}$$

METODO DE LAS ECUACIONES DE RESTRICCION

RELACIONES VECTORIALES BASICAS
(ANALISIS CINEMATICO)



$$\dot{\mathbf{r}}^{P} = \dot{\mathbf{r}} + \dot{\phi}\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{s}'^{P} = \dot{\mathbf{r}} + \dot{\phi}\mathbf{A}\mathbf{s}'^{P\perp} = \dot{\mathbf{r}} + \dot{\phi}\mathbf{s}^{P\perp}$$

(2) VECTOR ACELERACION PUNTO **P**

TENIENDO EN CUENTA:

$$\dot{\mathbf{B}} = \dot{\phi}\frac{d}{d\phi}\mathbf{B} = \dot{\phi}\begin{bmatrix} -\cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & -\cos\phi \end{bmatrix} = -\dot{\phi}\mathbf{A}$$

$$\ddot{\mathbf{r}}^{P} = \ddot{\mathbf{r}} + \ddot{\phi}\mathbf{B}\mathbf{s}'^{P} + \dot{\phi}\dot{\mathbf{B}}\mathbf{s}'^{P} = \ddot{\mathbf{r}} + \ddot{\phi}\mathbf{B}\mathbf{s}'^{P} - \dot{\phi}^{2}\mathbf{A}\mathbf{s}'^{P}$$

$$\ddot{\mathbf{r}}^{P} = \ddot{\mathbf{r}} + \ddot{\phi}\mathbf{A}\mathbf{s}'^{P\perp} - \dot{\phi}^{2}\mathbf{A}\mathbf{s}'^{P} = \ddot{\mathbf{r}} + \ddot{\phi}\mathbf{s}^{P\perp} - \dot{\phi}^{2}\mathbf{s}^{P}$$