

## 8. APLICACIONES del Mecanismo Básico CUADRILATERO ARTICULADO.

### 8.1. Resumen

En esta sección se comentan las posibilidades que ofrece el montaje cuadrilátero articulado. Se comienza haciendo un repaso de las aplicaciones en las que se utiliza un *paralelogramo articulado*, como son los columpios, las balanzas, la suspensión delantera de los coches de carreras, las bielas que conectan las ruedas motrices de las locomotoras, los libros en relieve o dioramas, determinadas máquinas de obras públicas, y el pantógrafo. En este último caso se muestra como calcular el factor de transmisión. A continuación se presenta el montaje *trapezio isósceles articulado*, comentándose en primer lugar, la aplicación a caballitos de juguete, y a continuación el *mecanismo de guiado de Ackerman*. Seguidamente se presenta el *mecanismo de Watt*, y se comentan algunos de los mecanismos que permiten la generación de *trayectorias rectilíneas*, como los *mecanismos de Chevishev, Roberts, Peaucellier y Silvester*.

Un sistema de cuatro barras rígidas, articuladas entre sí por los extremos para formar un cuadrilátero, constituye el llamado "cuadrilátero articulado", sistema con innumerables aplicaciones en mecanismos, aunque lo más frecuente es que se halle oculto. Una de sus características estriba en que, al mantener fija una de las barras y desplazar otra, el movimiento de las dos restantes queda unívocamente determinado. Esta propiedad garantiza que el montaje goza de grado de libertad y constituye por ello un mecanismo muy adecuado.

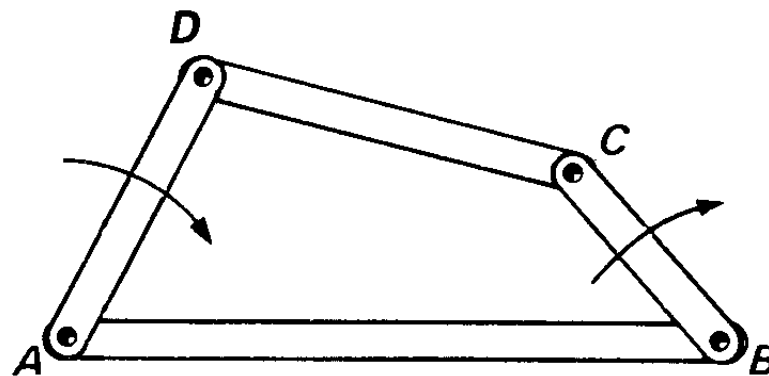
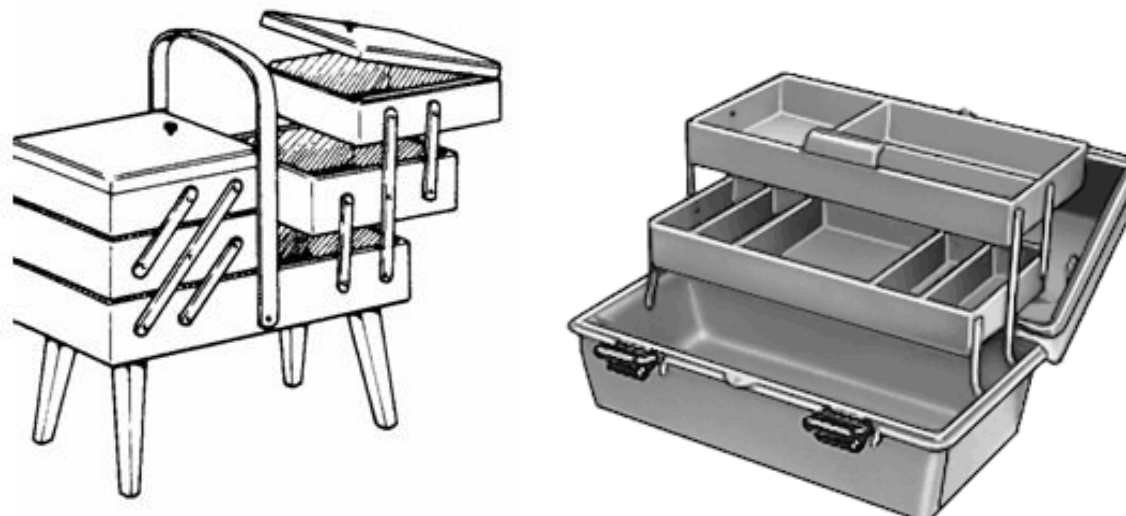


Imagen 1.137.

### 8.2. Paralelogramo Articulado.

#### 8.2.1. Cajas de Costura, de Herramientas y Columpios.

En la forma más sencilla de cuadrilátero articulado, los pares de lados opuestos son iguales, con lo que el montaje define un paralelogramo. En la figura 37 vemos ejemplos de este montaje en la caja de costura, y el columpio. El análisis de su funcionamiento deja ver que su función más importante es la de garantizar que ciertos componentes se muevan conservando siempre su paralelismo. Los cajetines de la caja de costura definen lados opuestos de un montaje en paralelogramo, con lo que, al abrirlos, no se inclinan ni vuelcan, sino que permanecen horizontales. La gran plancha del vaivén para chiquillos permanece siempre paralela al suelo, a diferencia de las barquillas oscilantes de las ferias. No obstante, cada punto de la tabla describe en su movimiento un arco de circunferencia, lo mismo que los columpios corrientes. ¿Cómo es eso?



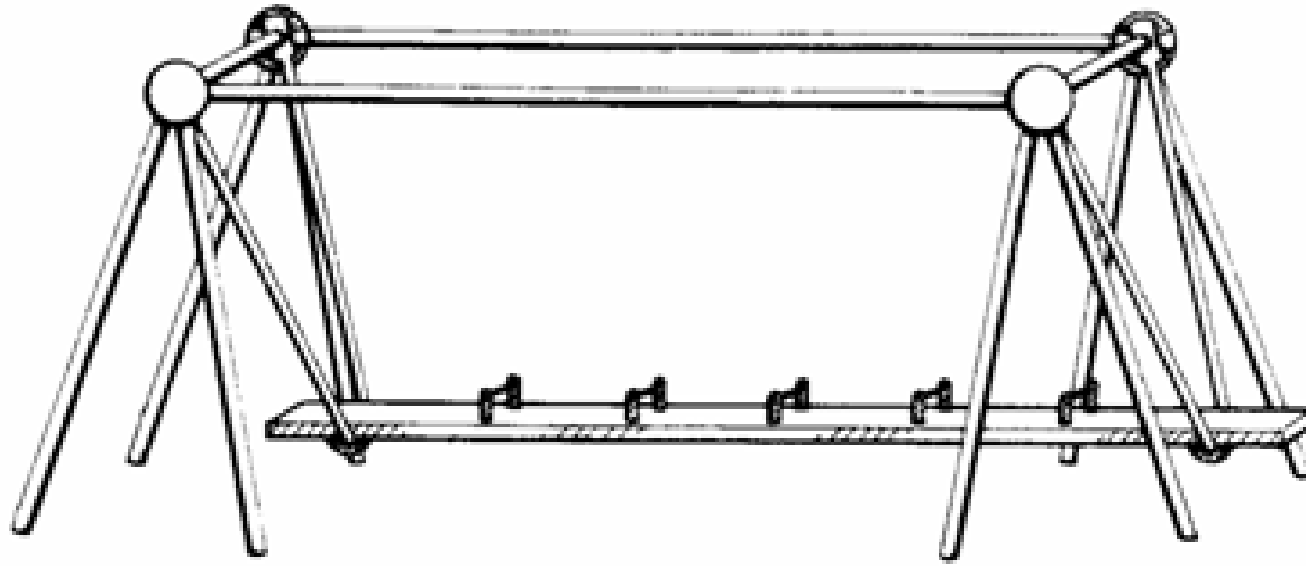


Imagen 1.138.

### 8.2.2. Balanzas.

Las balanzas pesacartas, los granatarios de laboratorio y las balanzas de cocina tradicionales recurren todas al paralelogramo articulado para garantizar que los platillos permanezcan horizontales cuándo se incline el astil.

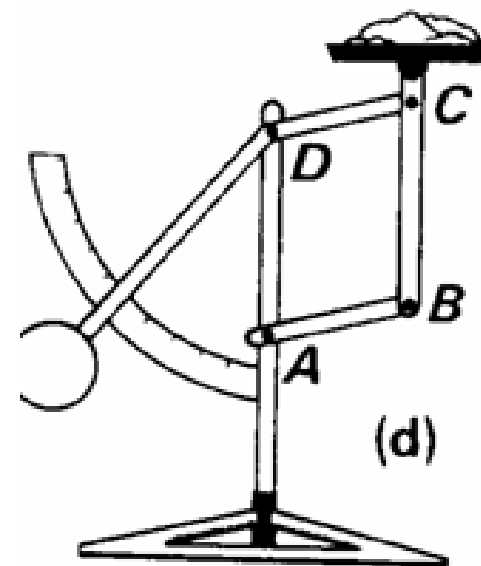
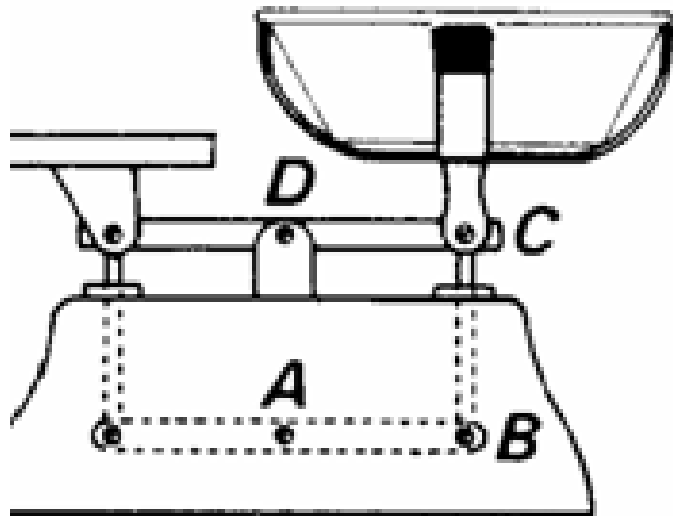
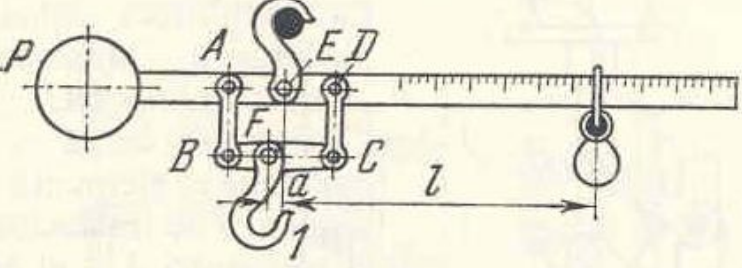


Imagen 1.139.

787	MECANISMO DE PALANCAS ARTICULADAS DE UNA BALANZA ROMANA	PA B
-----	--	---------

*Gancho para la suspensión*



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AB = DC$ ;  $AD = BC$  y  $AE = ED$ . El gancho  $I$  forma un par de rotación con el elemento  $BC$  del paralelogramo articulado  $ABCD$ . El punto  $F$  de suspensión del gancho está desviado respecto al punto  $E$  a la distancia  $a$ . El peso  $Q$  de la carga a pesar es igual a  $Q = G \frac{l}{a}$ , donde  $G$  es el peso de la pesa y  $l$  es el brazo de la pesa respecto al punto  $E$ . El brazo  $a$  puede hacerse muy corto, con lo que se logra que la balanza sea compacta. El contrapeso  $P$  equilibra el peso propio de la palanca.

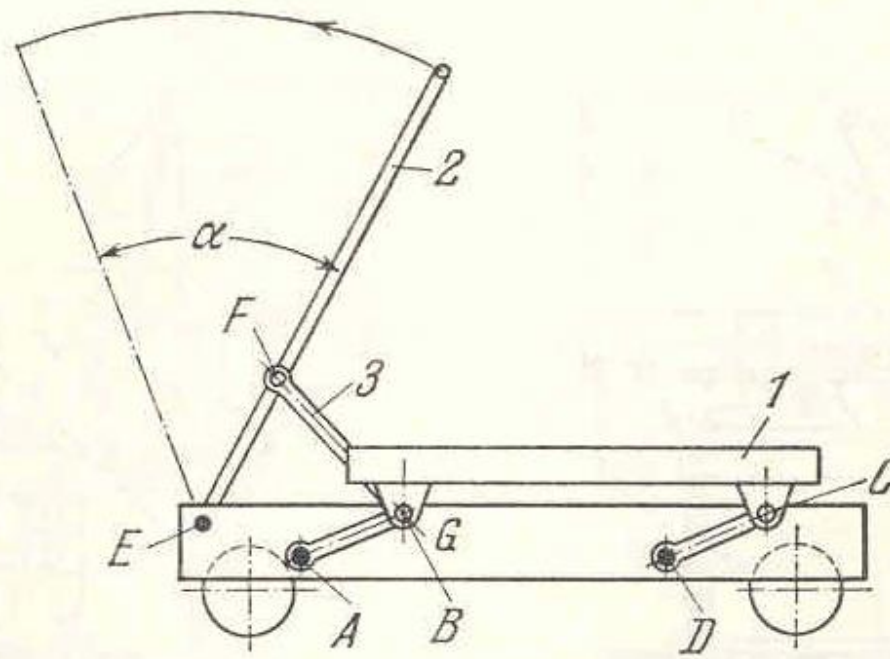
## DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

## 8.2.3. Plataformas Elevadoras.



Imagen 1.140.

828	MECANISMO DE PALANCAS ARTICULADAS PARA ELEVAR LA PLATAFORMA DE UNA CARRETILLA DE CARGA	PA
		C

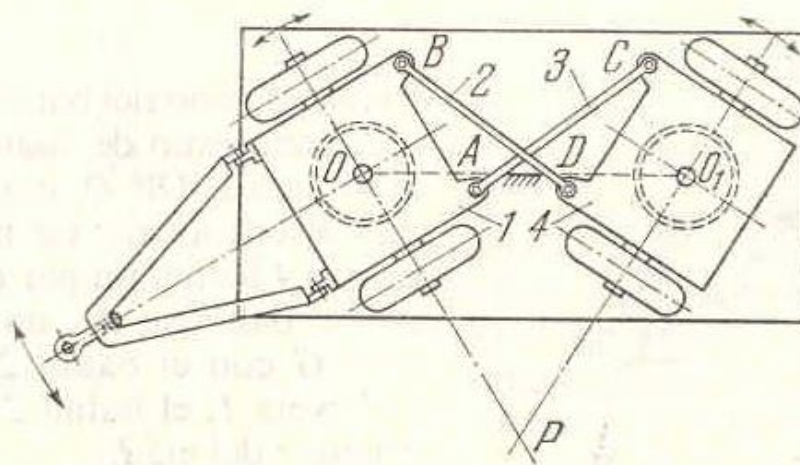


Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AB = DC$  y  $BC = AD$ . Teniendo las proporciones indicadas de los elementos la plataforma 1 al subir efectúa movimiento de traslación. Con la plataforma 1, por medio del elemento intermediario 3, está unido el elemento 2 que gira alrededor del eje fijo E. La subida completa de la plataforma 1 se realiza girando el elemento 2 a un ángulo  $\alpha$ .

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

8.2.4. Anti-paralelogramo Articulado. Dirección Carro Industrial.

904	MECANISMO DE UN ANTIPARALELOGRAMO QUE SE UTILIZA PARA DIRIGIR LAS RUEDAS DE UN CARRO	PA
		ODE



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AB = CD$  y  $BD = AC$ . De este modo los elementos 1, 2, 3 y 4 forman un antiparalelogramo articulado  $ABDC$ . Al girar el elemento 1 alrededor del punto fijo O, el elemento 4 gira en el sentido opuesto alrededor del eje  $O_1$ . Todo el carro vira alrededor del punto P que es el centro instantáneo de rotación.

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

### 8.2.5. Maquinas Andantes.

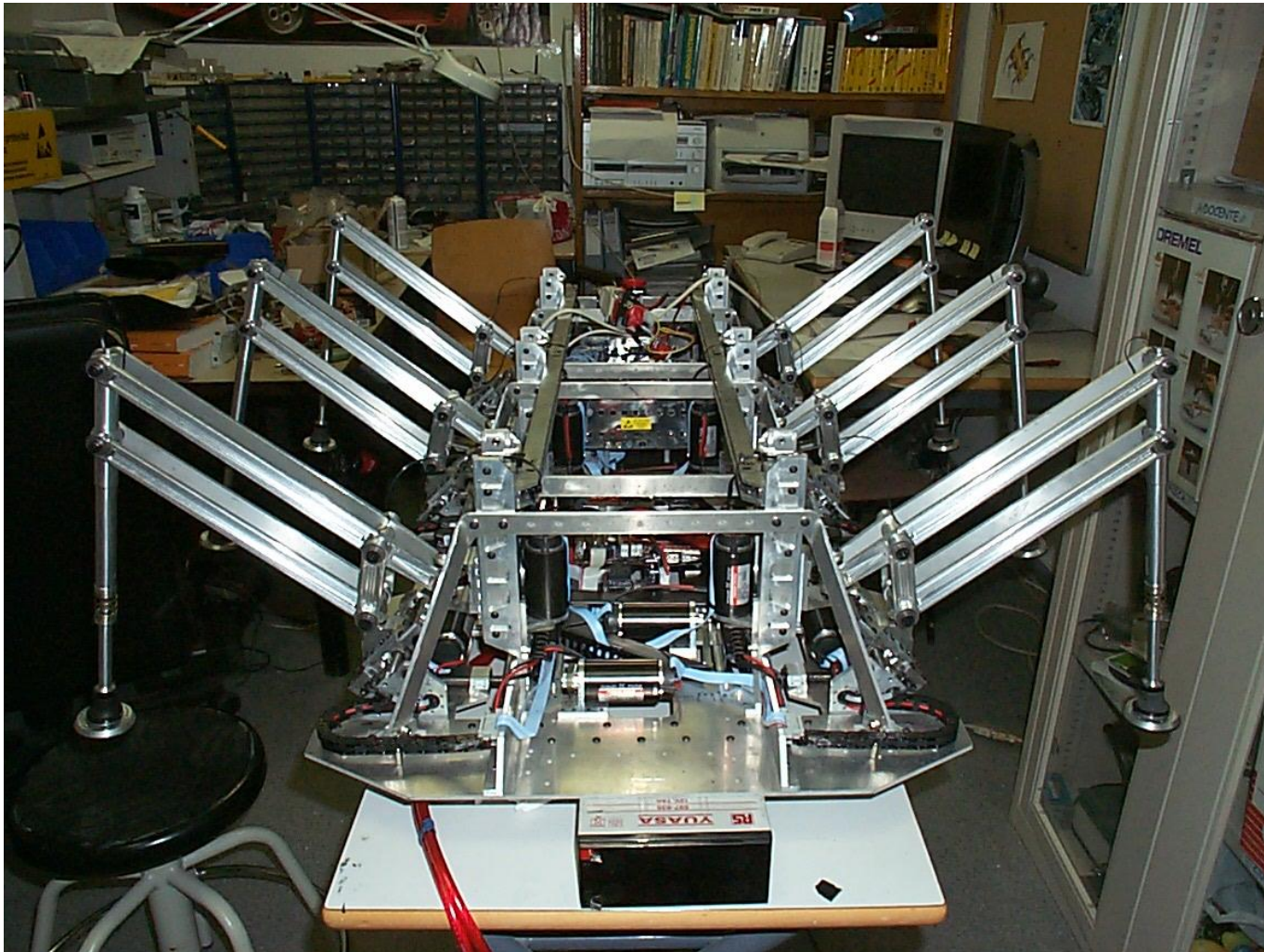


Imagen 1.141. HEXAPOD II - Robot construido en la UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA. Creadores: Alejandro Alis, Alfonso Merchante y José L. Oliver.

### 8.2.6. Juguetes Educativos.

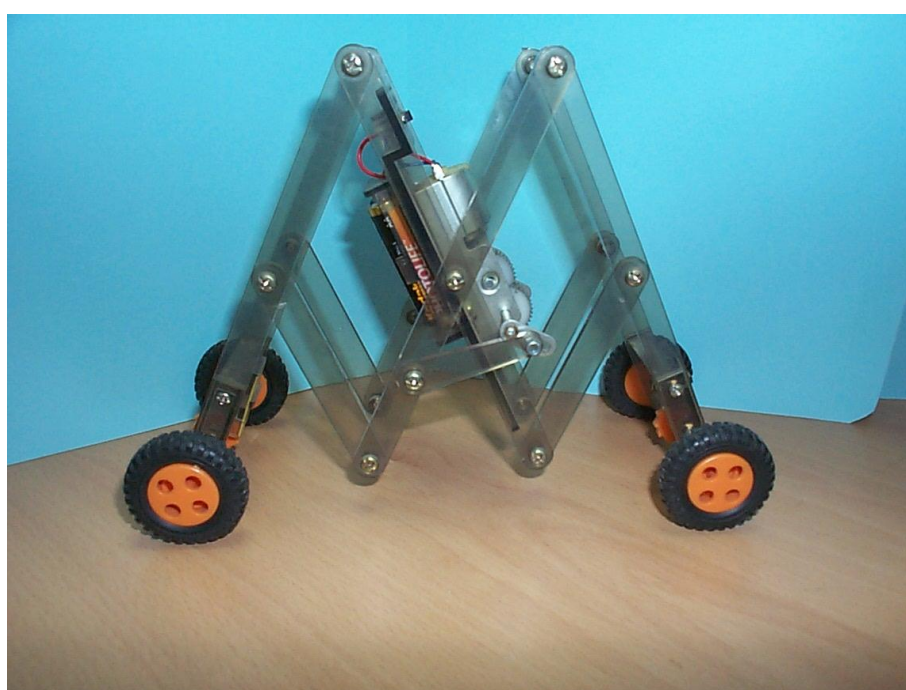
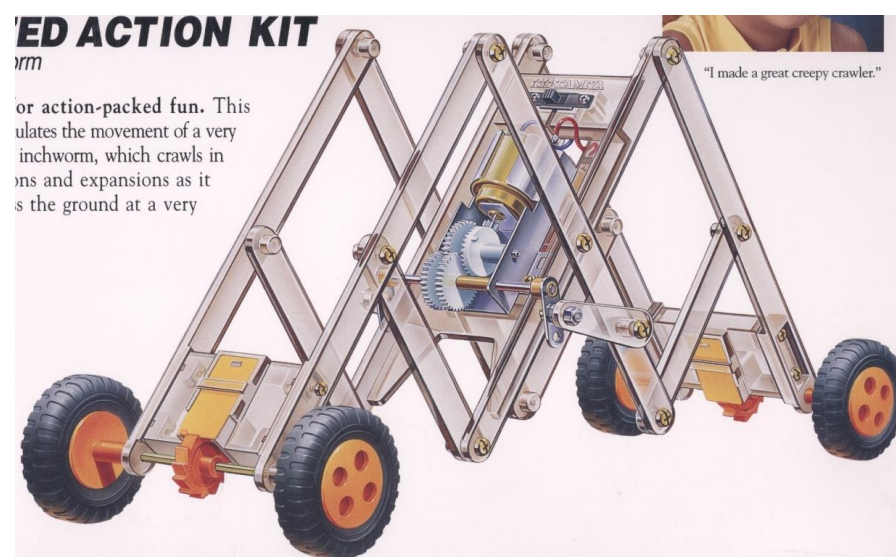


Imagen 1.142.

### 8.2.7. Suspensión Vehículos Rápidos.

En los coches de carreras, la suspensión está diseñada para que las ruedas, a pesar de su gran anchura, pisen siempre sobre toda la banda de rodadura. Ello se consigue mediante un paralelogramo articulado que sólo permite que las ruedas se desplacen verticalmente.

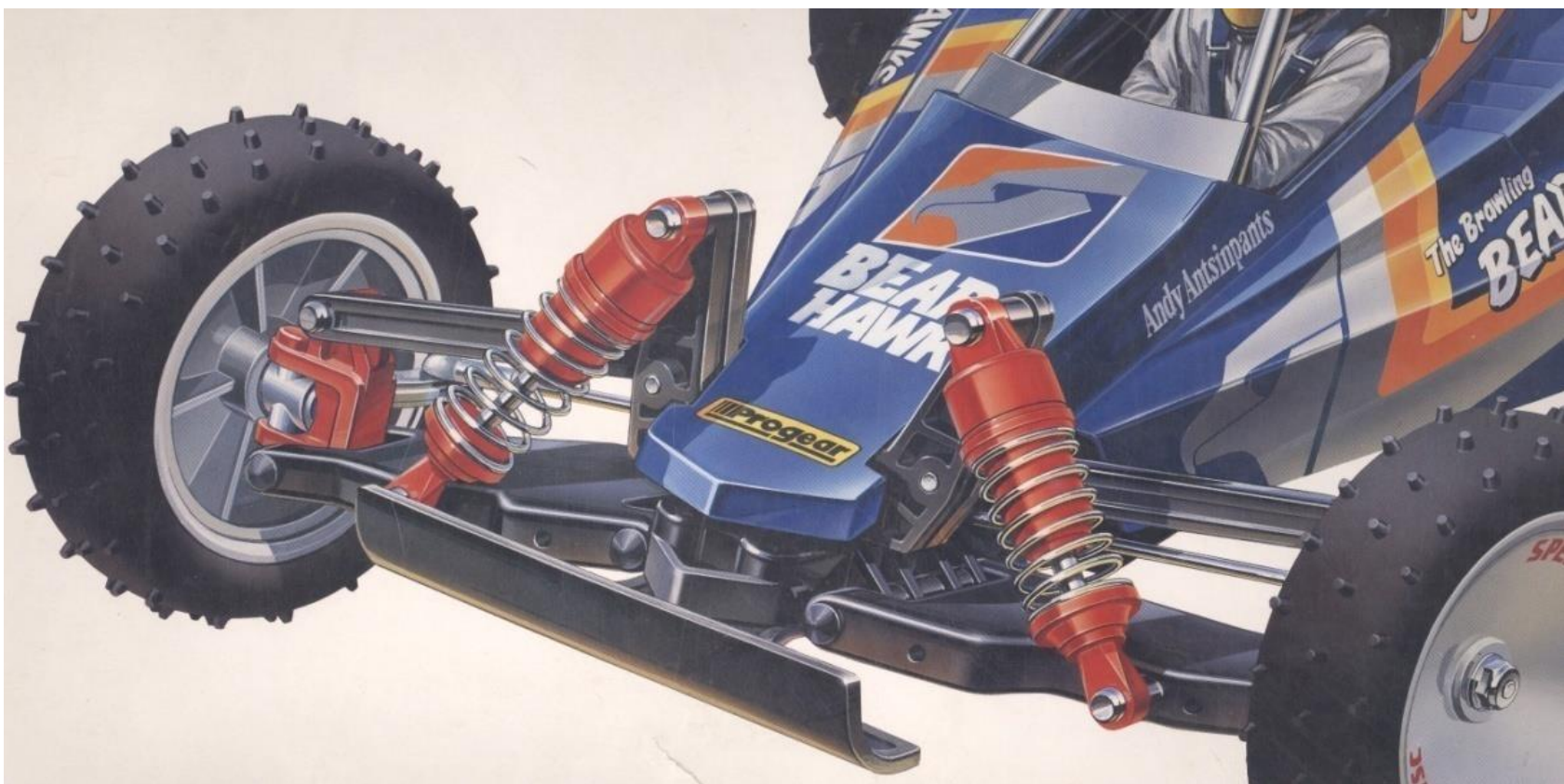
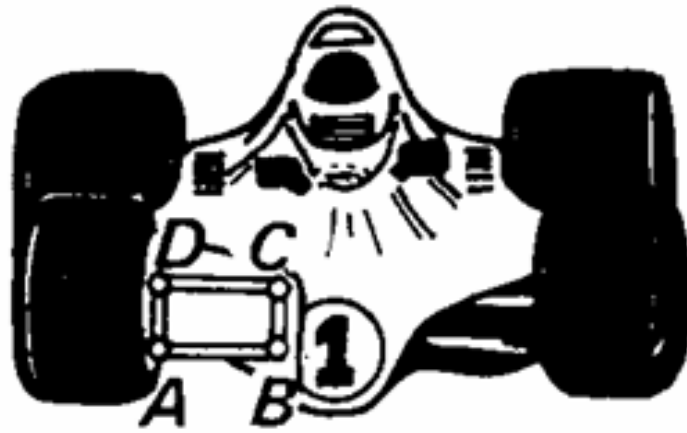


Imagen 1.143.

### 8.2.8. Limpiaparabrisas.

Tenemos otra aplicación muy conocida en los limpiaparabrisas de muchos autobuses, camiones y locomotoras, que mantienen vertical la escobilla durante su vaivén por el cristal. Resulta interesante comparar en qué se diferencia el funcionamiento de estos limpiaparabrisas de los tradicionalmente utilizados en los coches.

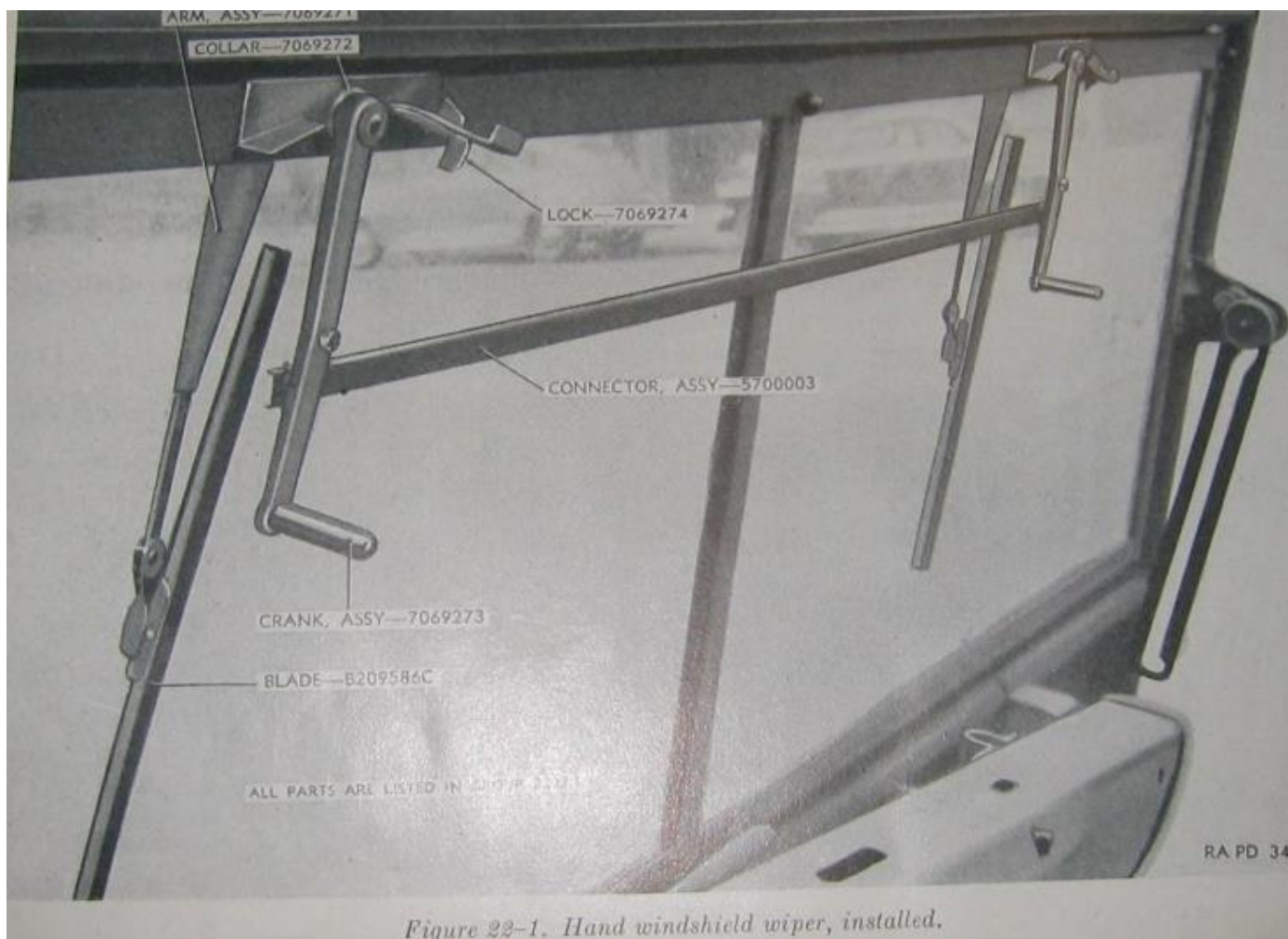
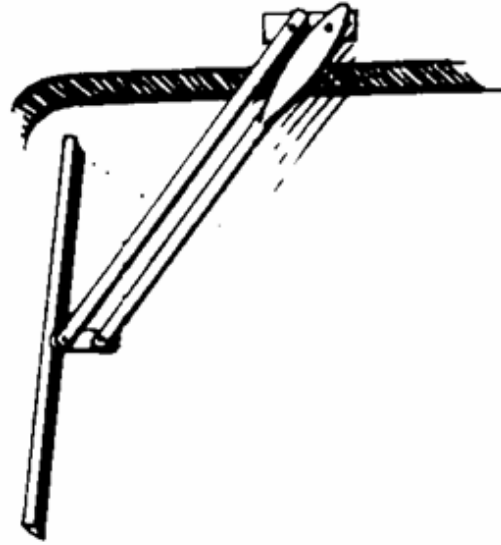


Imagen 1.144.

### 8.2.9. Podadores.

El montaje en paralelogramo se utiliza a veces en formas muy alargadas para manipular objetos distantes, como en las podaderas o los recogedores de fruta.

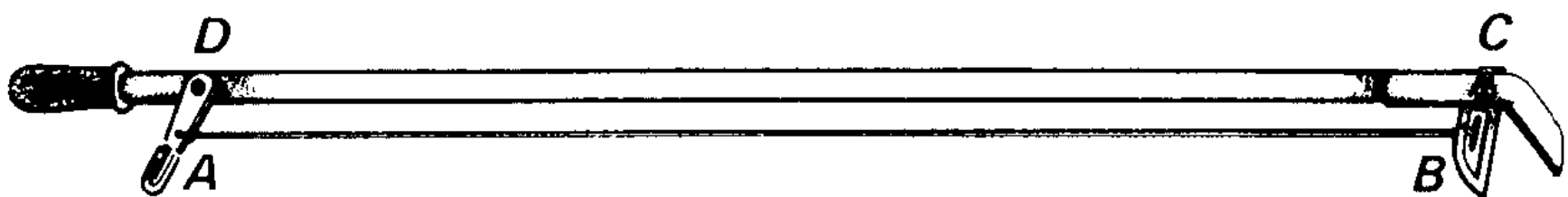


Imagen 1.145.

### 8.2.10. Cometas Acrobáticas.

Tenemos una variante en las cometas acrobáticas, en las cuales los lados largos corresponden a los cables de control, mientras que los cortos están definidos por la cometa y el cuerpo de operador.



Imagen 1.146.

### 8.2.11. Conexión Ruedas Motrices Locomotoras.

Las bielas que interconectan las ruedas motrices de las locomotoras de vapor con el fin de que estas giren a la par forman el cuarto lado de un paralelogramo cuyos vértices son los centros de las ruedas y los puntos de conexión de la biela con la rueda. En el caso de la Figura, D y C efectúan revoluciones completas alrededor de A y B, a diferencia de las aplicaciones anteriores, en las que la gama de movimientos era más restringida.

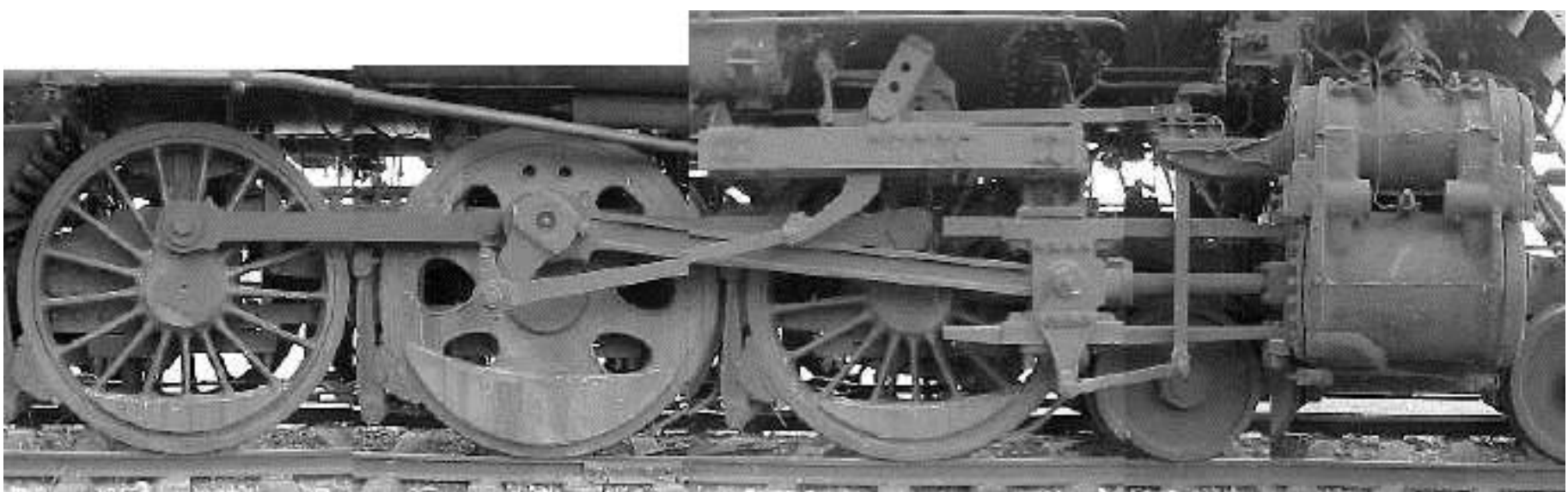
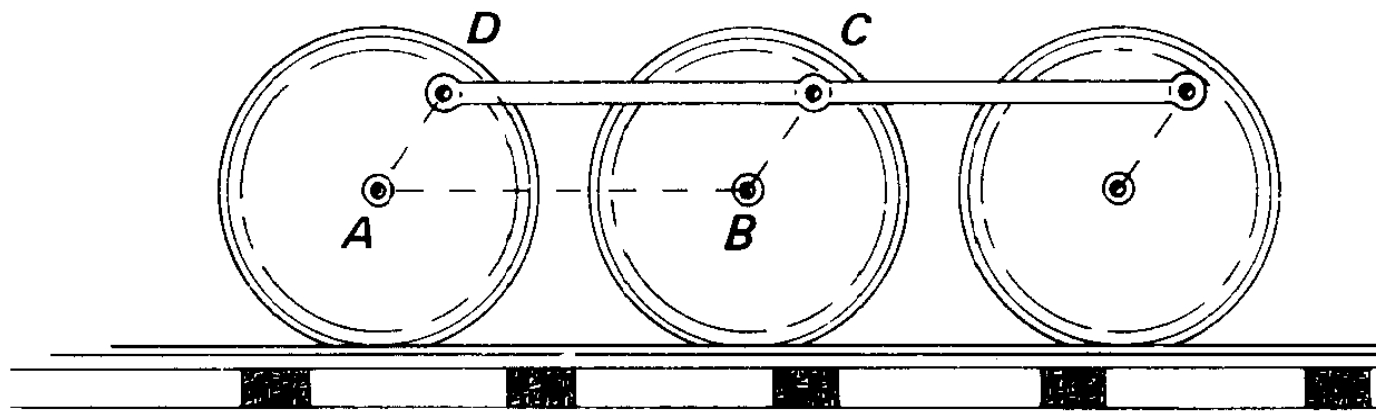


Imagen 1.147.



8.2.12. Libros Móviles.

Los "libros en relieve" o "dioramas" se basan en las propiedades del paralelogramo. Al abrir el libro, los diversos objetos que han de alzarse son izados por paralelogramos de papel o cartón, con lo que al moverse, lo hacen siempre paralelamente a la página que se está pasando, para luego quedar yacentes y completamente planos al cerrar el libro.

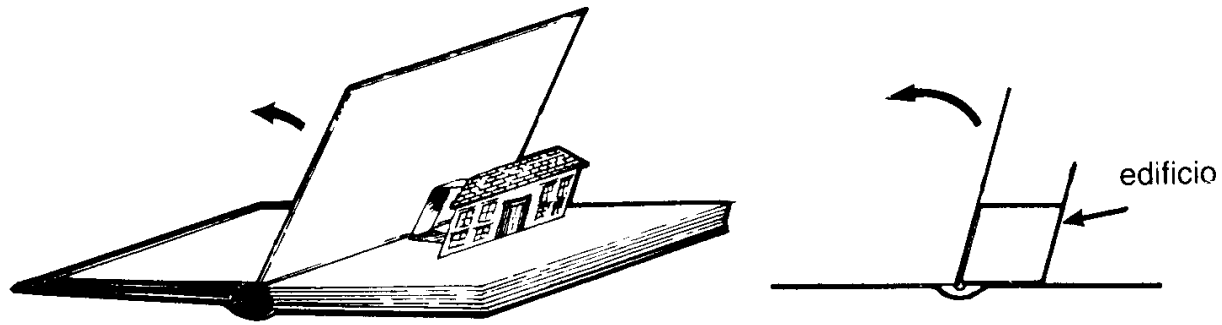


Imagen 1.148.

8.2.13. Barquillas Maquinas Mantenimiento.

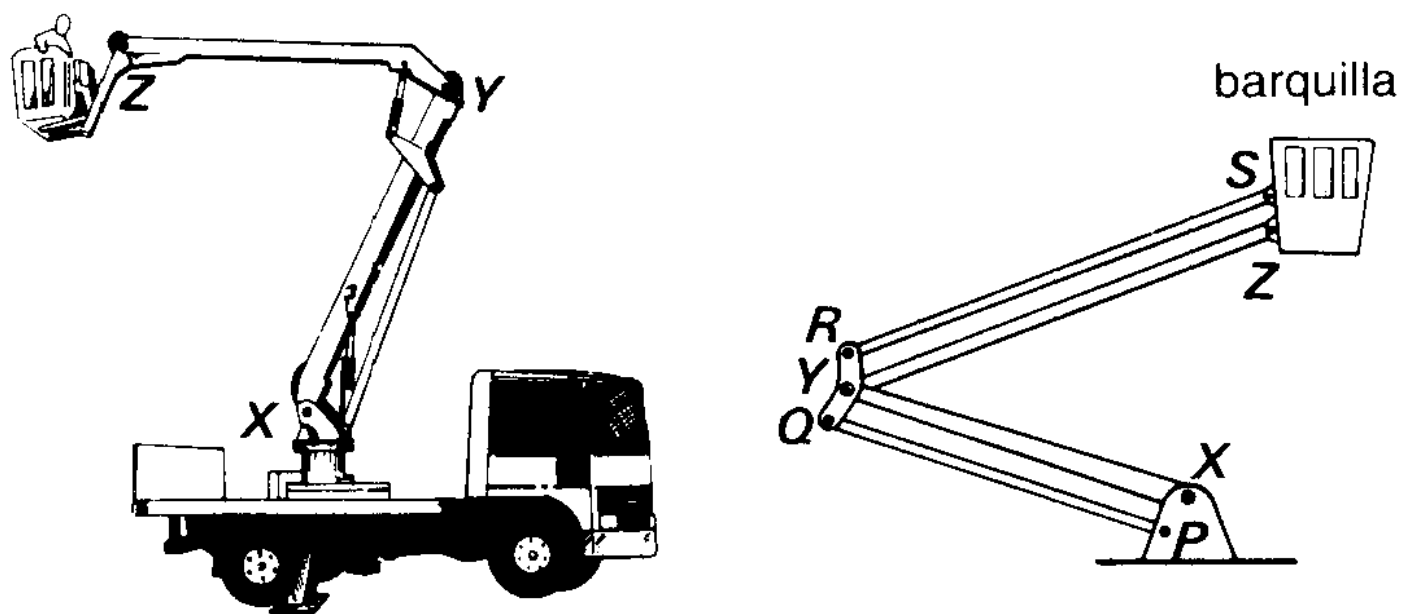


Imagen 1.149.

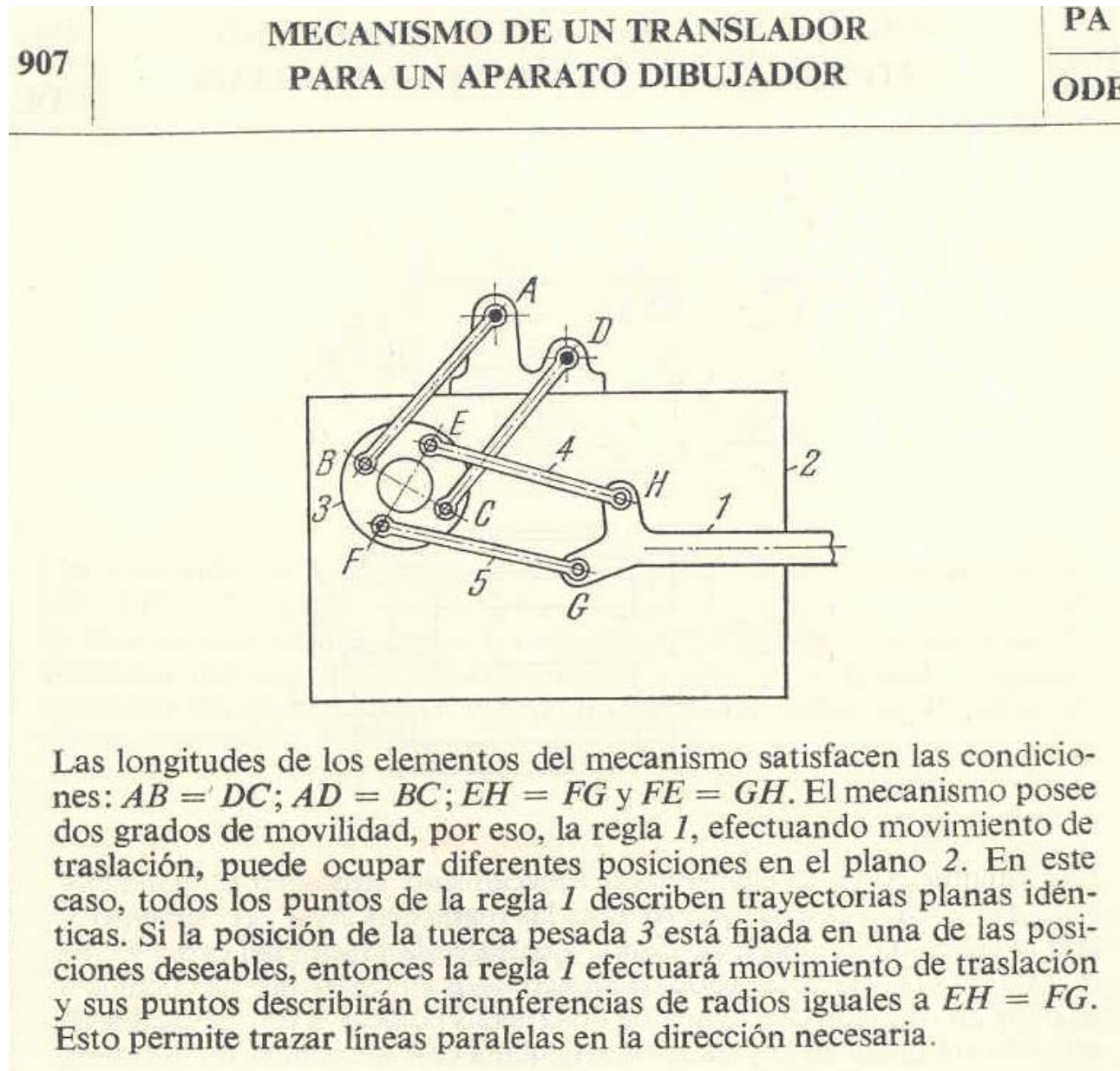
¿No te has preguntado nunca la razón de que los técnicos de mantenimiento no se caigan de sus "barquillas" cuando se inclinan hacia adelante para examinar las luces de los semáforos? Los brazos del elevador se manejan mediante cilindros hidráulicos, pero el mecanismo que mantiene la cubeta fija en una misma posición consiste en un par de paralelogramos articulados. Sea cual fuere el ángulo que forman los brazos, los paralelogramos aseguran que QY sea paralelo a PX y que SZ sea paralelo a RY. Ahora RY se mantiene vertical fijándolo a QY en el ángulo apropiado y, de esta forma, SZ permanece siempre vertical.



Imagen 1.150.

8.2.14. Tablero de Delineación.

Se utiliza un mecanismo idéntico para sujetar una escuadra al tablero de delineación, de modo que la escuadra pueda desplazarse de un punto a otro del tablero sin girar para trazar rectas paralelas.



DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

8.2.15. Palas Excavadoras.

Encontramos una aplicación muy importante de los cuadriláteros articulados en las modernas palas excavadoras, como los mecanismos JCB de la pala mecánica que vemos en la Figura. Al elevar el brazo de la pala haciéndolo girar en torno a D, el ángulo que forma la pala con la horizontal se ha de mantener constante para evitar el derrame del material. Ello se consigue merced al paralelogramo ABCD, encargado de que la barra BCG permanezca siempre paralela a AD, pieza que está fija al chasis de la excavadora. El ángulo que forma FE con BCG se mantiene entonces por la articulación CEFG y después es transferido al ángulo de la pala. Con palabras del propio material publicitario de JCB, "los brazos del cargador, muy robustos, se auto nivelan por paralelogramo articulado...".

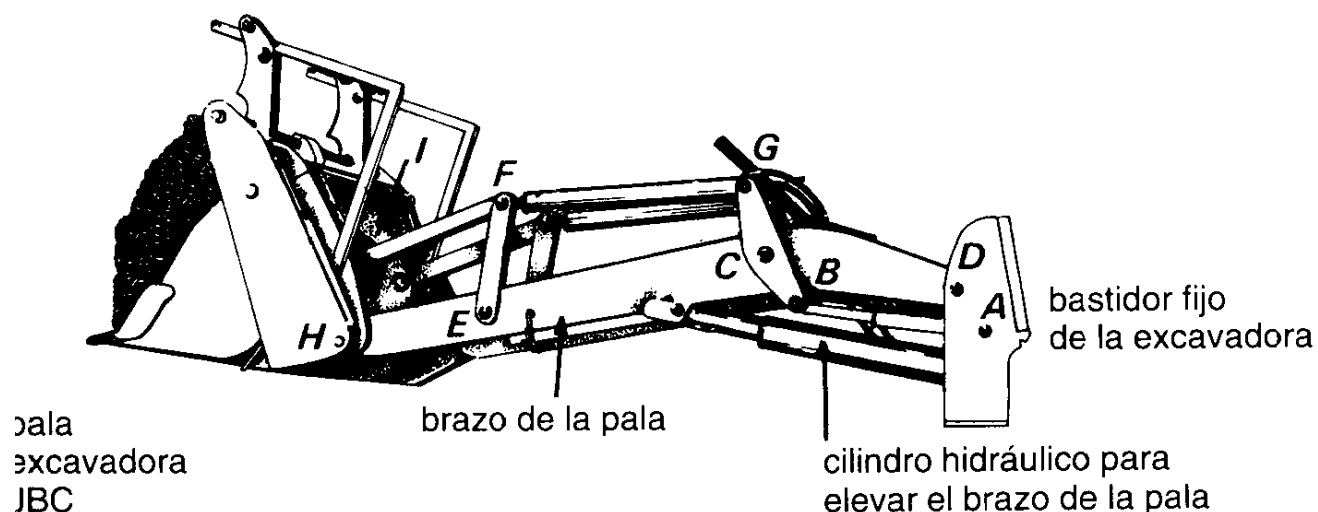




Imagen 1.151.

### 8.2.16. Pantógrafo.

Otra de las aplicaciones del paralelogramo articulado es un instrumento de dibujo conocido como pantógrafo, que se utiliza para copiar dibujos y mapas a diferente escala, o también, en un otro ámbito, para guiar un útil de corte en procesos de manufactura. En el diagrama de la Fig. 45, AYBC es un rombo y  $AX=BZ$  son ambos iguales al lado del rombo. El resultado es que, independientemente de cómo sea movido el montaje, X, Y y Z se encontrarán siempre alineados con  $XY=YZ$ . Al utilizar el pantógrafo en la forma indicada, X es un punto fijo, Y va recorriendo el perfil del objeto, y el lápiz inserto en Z irá trazando una copia del objeto, que aquí resultará ser una ampliación (por homotecia) de centro en X con factor de escala igual a 2. La escala 2:1 es resultado de que Z siempre dista de X una distancia doble que Y. El diagrama de la derecha muestra el pantógrafo preparado para efectuar una ampliación de escala 4:1. A tal fin,  $AC=3AX$ ,  $AC=BY=BZ$  y  $AX=AY=CB$ . Estas relaciones garantizan que X, Y, Z se mantengan alineados y que  $YZ=3XY$ , haciendo así que  $ZX=4YX$ . En general, cuando X es el punto fijo y el objeto es contorneado por Y, se tiene que la escala de ampliación lineal es iguala al cociente entre ZX y YX.

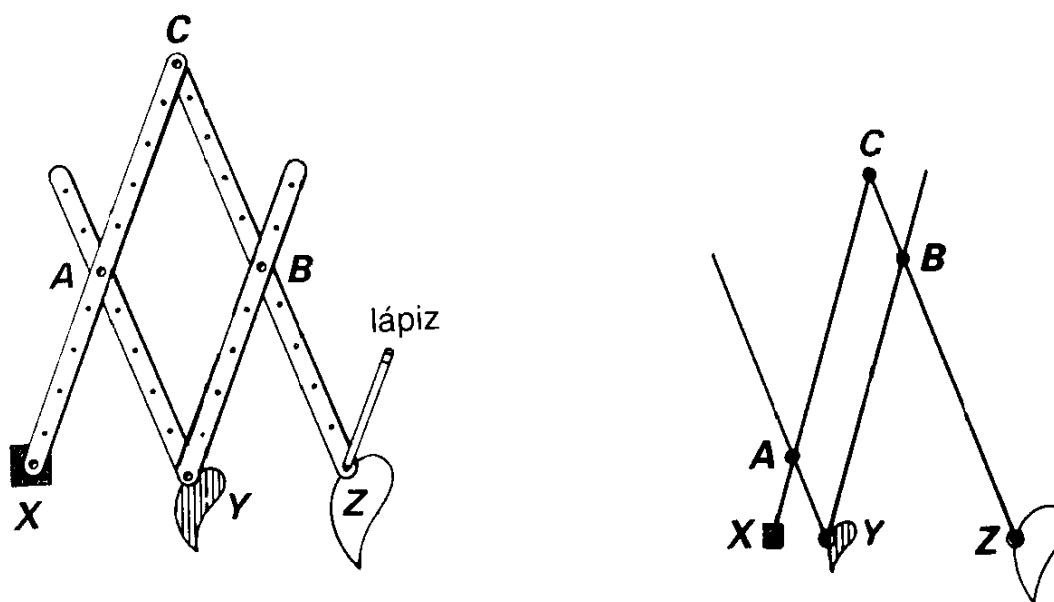


Imagen 1.152.

Es posible que, para comprender el funcionamiento del pantógrafo, lo mejor sea imaginar sus varillas como parte de un enrejado rómbico (Fig. 46), como los que se pueden adquirir para plantas trepadoras en centros de jardinería. Con esta idea resulta posible reconocer otras formas de construir sistemas articulados que produzcan ampliaciones o reducciones.

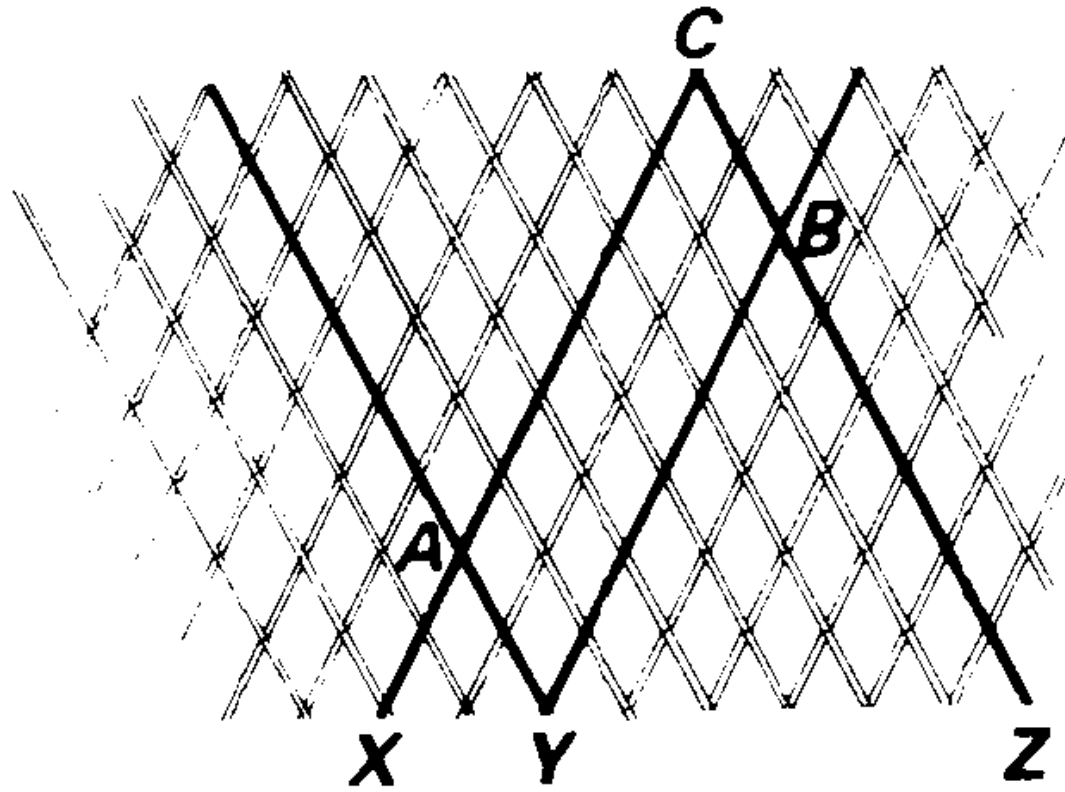


Imagen 1.153.

La Figura muestra seis formas diversas de construir sistemas articulados que garanticen la colinealidad de X, Y, Z (o sea, que X, Y, Z se encuentren en línea recta) y en los que  $YZ=2XY$ . En cada uno de estos montajes, si X es el punto fijo e Y va contorneando un objeto, la imagen descrita por Z será una ampliación de X con factor de escala de 3:1. Si, por otra parte, es Z el que va recorriendo el perfil y se coloca el lápiz en Y, la imagen será más pequeña y la transformación consistirá en una reducción por homotecia de vértice X y razón 1/3. El término geométrico "homotecia" engloba tanto las ampliaciones como las reducciones de escala, de factor positivo o negativo. Pero la cuestión no acaba aquí, pues también podemos tomar Y o Z como punto fijo (centro de homotecia) y, en cada caso, tendremos dos opciones para colocar el lápiz. Cuando la imagen experimenta no sólo una ampliación o reducción sino, además, un giro de 180 grados, podemos entender que el factor de escala es negativo, situación que corresponde a los sistemas articulados anteriores cuando el punto fijo es Y. ¿De qué forma podríamos utilizar los montajes ilustrados para producir ampliaciones o reducciones con factor de escala (a) igual a -2, (b) -1/2, (c) 3/2, (d) 2/3?

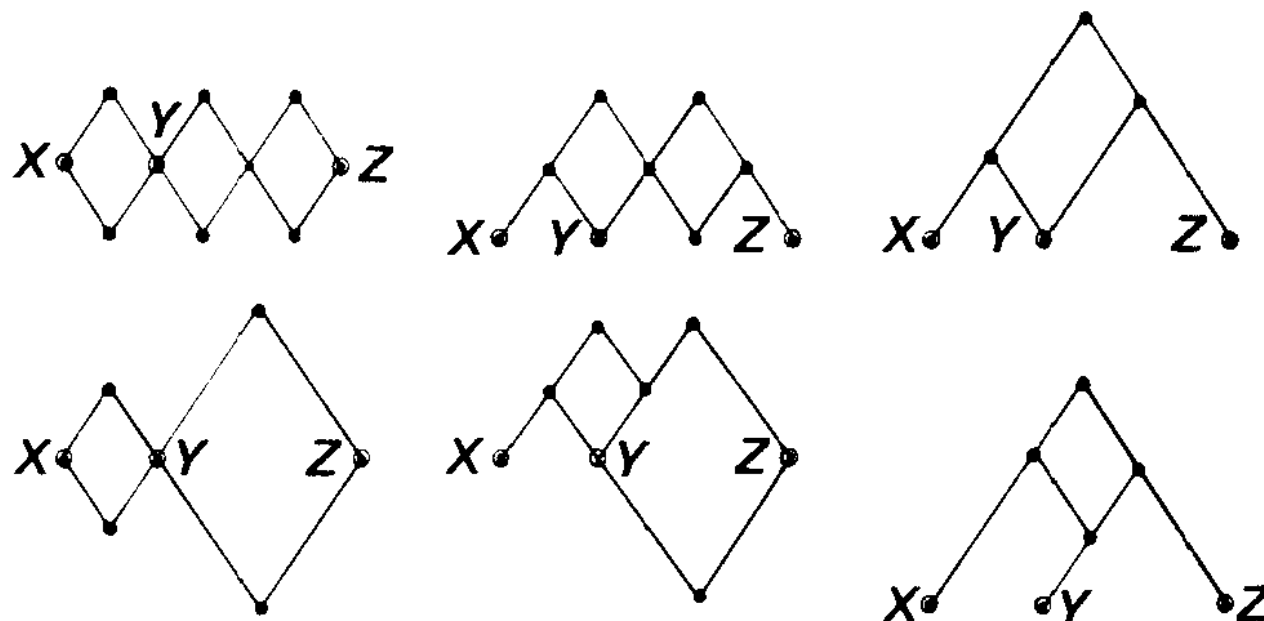


Imagen 1.154.

Para investigar lo que sucede cuando se componen sucesivamente dos homotecias, resulta muy ilustrativo construir dos montajes articulados y hacer que el seguidor de uno sea el impulsor del otro. La Figura expone con más detalle una aplicación de los sistemas articulados para explicar el producto de números con signo. La ampliación de centro  $O_2$  con factor de escala igual a  $-2$ , combinada con la ampliación de centro  $O_3$  y razón igual a  $-3$ , resulta ser equivalente a la ampliación de centro  $O_1$  y razón igual a  $+6$ , poniendo así de manifiesto que  $(-2) \times (-3) = +6$ . Fijémonos también que los centro de homotecia (los puntos fijos)  $O_1$ ,  $O_2$  y  $O_3$  están alineados.

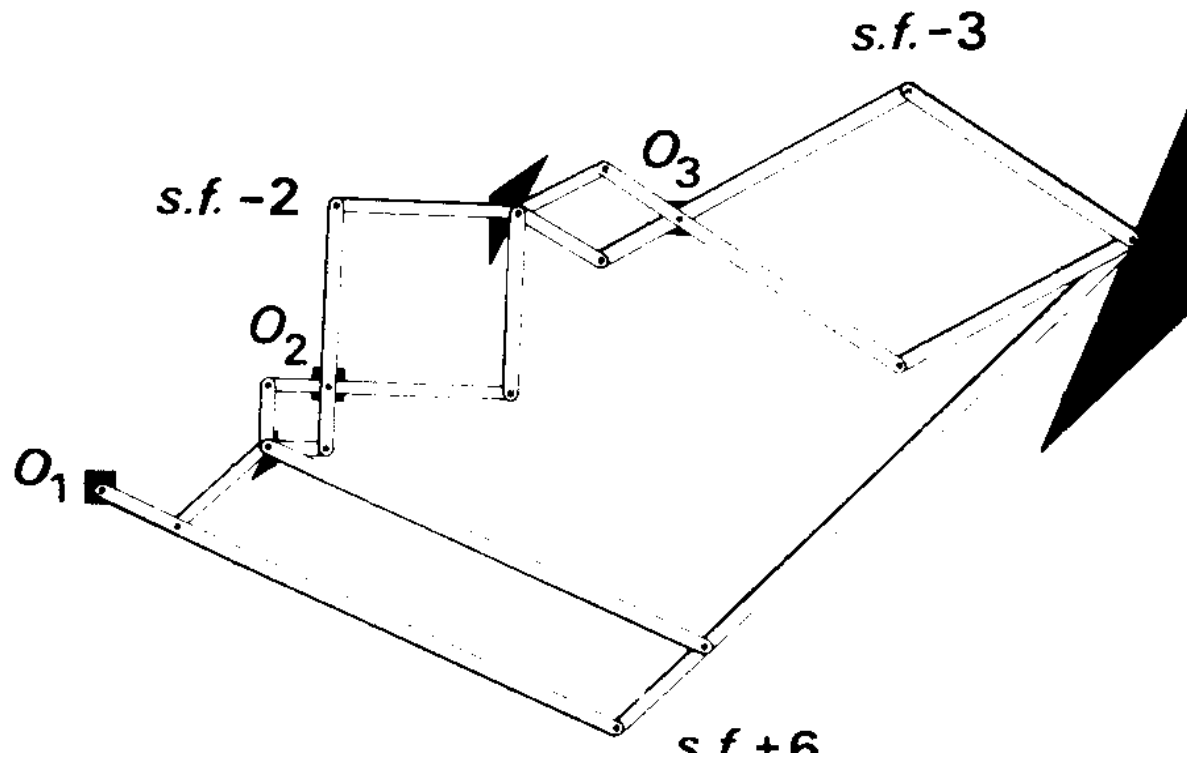


Imagen 1.155.



Imagen 1.156.

### 8.3. Trapecio Isósceles Articulado.

#### 8.3.1. Caballitos Basculantes.

El diseño de los caballitos de juguete de los niños ha obedecido, en general, a dos principios que tratan de simular el movimiento de un caballo. Uno ha consistido en montar el caballo sobre guías curvas, como las de las mecedoras; el otro en un sistema de trapecio articulado.

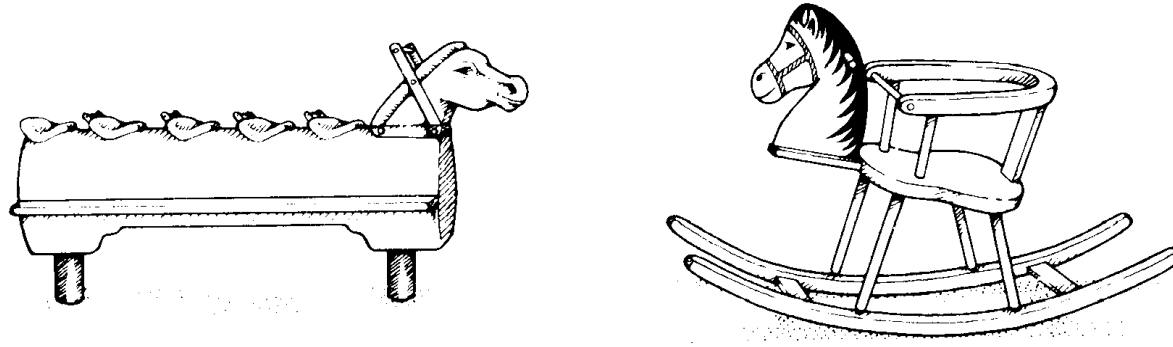


Imagen 1.157.

Construyamos un trapecio articulado ABCD como el mostrado en la Fig. 50, con tiras de cartón y pasadores, siendo AD y BC de la misma longitud. Mantengamos fijo el lado DC y movamos el lado AB hacia uno y otro lado. Observaremos que, al desplazarse AB hacia la derecha desde la posición mostrada, A se mueve hacia arriba sobre un arco circular de centro D, mientras que B se mueve hacia abajo sobre un arco de círculo de centro C, lo que imprime a AB un movimiento de balanceo. Los caballitos "de carreras" de los parques infantiles se basan en este mecanismo, al igual que tantos otros caballitos de juguete tradicionales. Los puntos D y C corresponden a los topes de dos fuertes postes fijados al suelo y las dos barras DA y CD giran en torno a estos puntos y sobre los puntos A y B, que se encuentran en el cuerpo del caballo, formando el conjunto un trapecio. El término trapecio articulado es un tanto equívoco, pues el sistema sólo es un trapecio en la posición simétrica que vemos en la figura. No obstante, el nombre resulta expresivo para describir los cuadriláteros articulados que tienen un par de barras de la misma longitud.

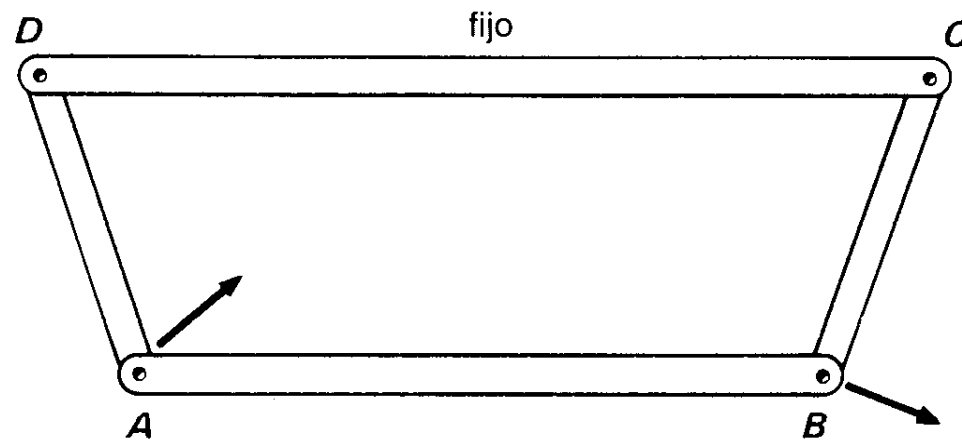


Imagen 1.158.

#### 8.3.2. Mecanismos de Direccion de Ackerman.

Si sólo sirviera como mecanismo de caballitos, el trapecio isósceles articulado apenas tendría importancia, pero ya en 1818 un ingeniero alemán, Ackermann, vio en este montaje una solución al problema del guiado de coches de caballos, solución que sigue utilizándose en nuestros días para el mecanismo de guiado de casi todas las formas de transporte sobre ruedas.

El problema a resolver está ilustrado en esta figura, donde vemos en planta la dirección de movimiento de las ruedas de un coche al tomar una curva a la derecha. Con muy pocas excepciones, las ruedas traseras de los coches apuntan directamente al frente, por lo que si se quiere que rueden suavemente sobre el pavimento sin sufrir un empuje lateral, el centro O del arco de círculo descrito por el vehículo habrá de encontrarse sobre la recta definida por el eje trasero.

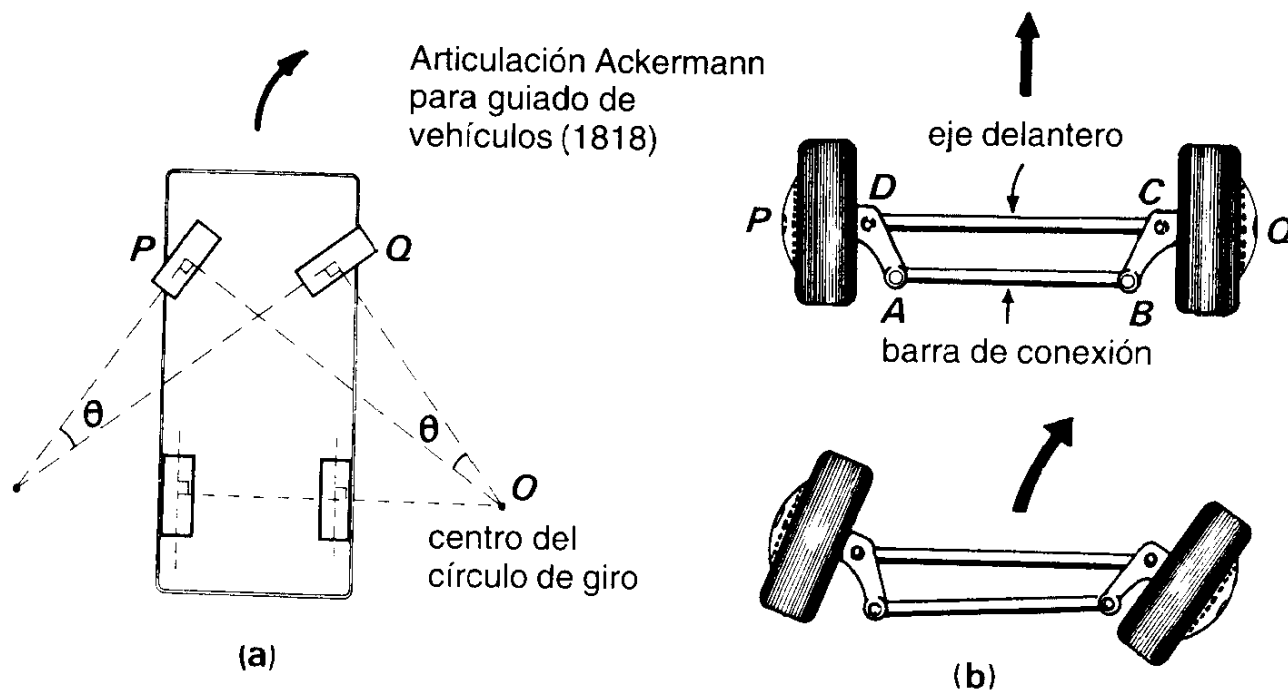


Imagen 1.159.

Análogamente, para que las ruedas delanteras P y Q no sufran un empuje lateral, han de rodar en direcciones que formen ángulos rectos con las rectas que van desde ellas hasta O. Ahora bien, las rectas PO y QO necesariamente habrán de formar un ángulo theta en cuanto el coche deje de viajar en línea recta, ángulo que se incrementará al reducirse el radio del círculo de giro. Por lo tanto, las ruedas delanteras han de formar entre sí un ángulo theta; Ackermann demostró mediante un trapecio isósceles articulado ABCD cómo podía conseguirse que lo hicieran. Los puntos D y C están anclados al bastidor del vehículo, mientras que las ruedas pivotan de modo tal que su orientación queda controlada por las barras AD y BC del montaje articulado. Para que el ángulo theta sea el correcto, es preciso calcular cuidadosamente la longitud de las barras, que dependerá del ancho de vía y de la distancia entre ejes del vehículo. Seguramente tengamos que examinar atentamente el mecanismo de guiado de un automóvil moderno para percatarnos de que es el empleado, aunque resulta muy fácil de reconocer en un kart o un tractor.



Imagen 1.160.



### 8.3.3. Mecanismo Directriz de Watt.

Uno de los problemas que ocuparon a los ingenieros de finales del siglo XVIII y de buena parte del siglo XIX consistía en hallar un mecanismo capaz de garantizar que las fuerzas sufridas por el vástago del émbolo de los motores de vapor al entrar o salir del cilindro fuese perfectamente paralelas a su dirección de movimiento. A falta de tal mecanismo, la biela PQ, que conecta el vástago o corredera del émbolo con el volante, empujaría la corredera hacia los lados, provocando el desgaste rápido del cojinete montado en S.

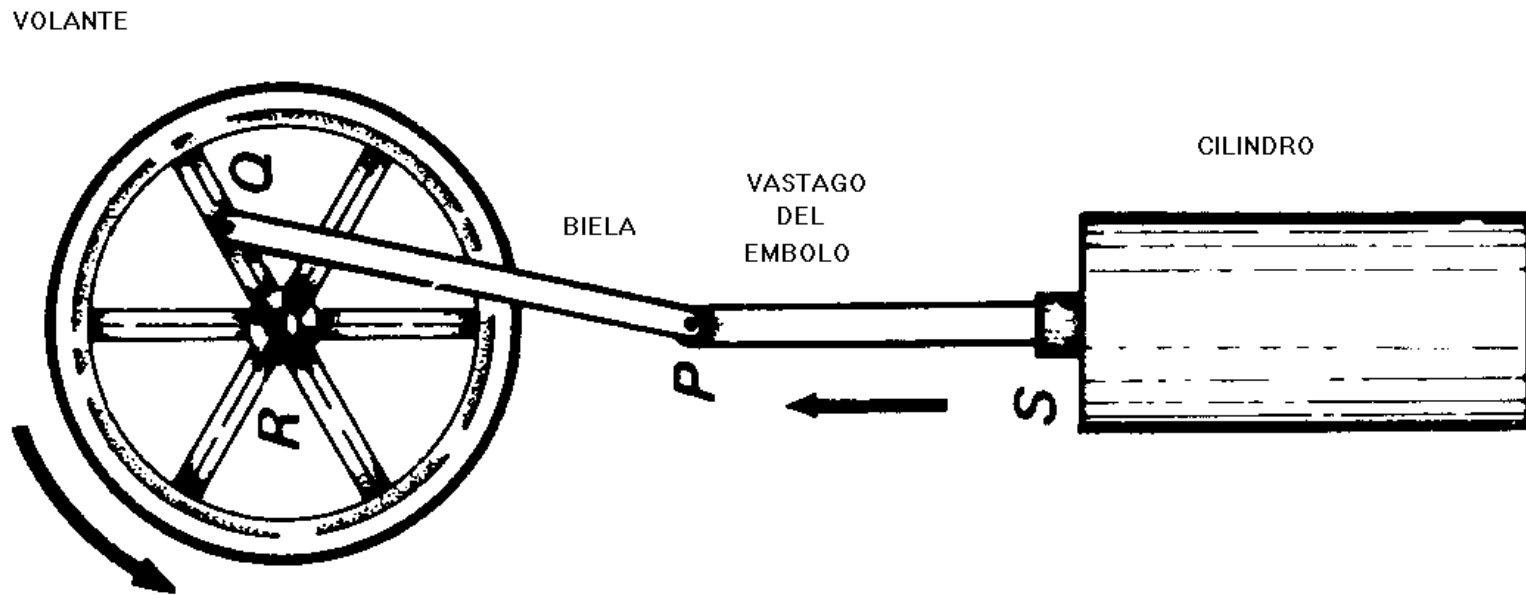


Imagen 1.161.

Una de las primeras soluciones prácticas se debió, en 1784, a James Watt, y se basaba en un trapecio isósceles articulado. Watt se valió de dos largueros AD y BC y de un travesaño AB mucho más corto. Si los puntos D y C son fijos (lo que equivale a anclarlos mediante una cuarta barra DC), aunque AB se desplace distancias importantes de la posición mostrada, el punto medio P parece describir una línea recta. La palabra parece es adecuada, pues al construir un modelo de esta articulación y trazar la trayectoria de P para todas las posiciones que el montaje puede adoptar, pronto saltan a la vista sus limitaciones. No obstante, este montaje fue ampliamente utilizado y James Watt lo consideró su logro más importante.

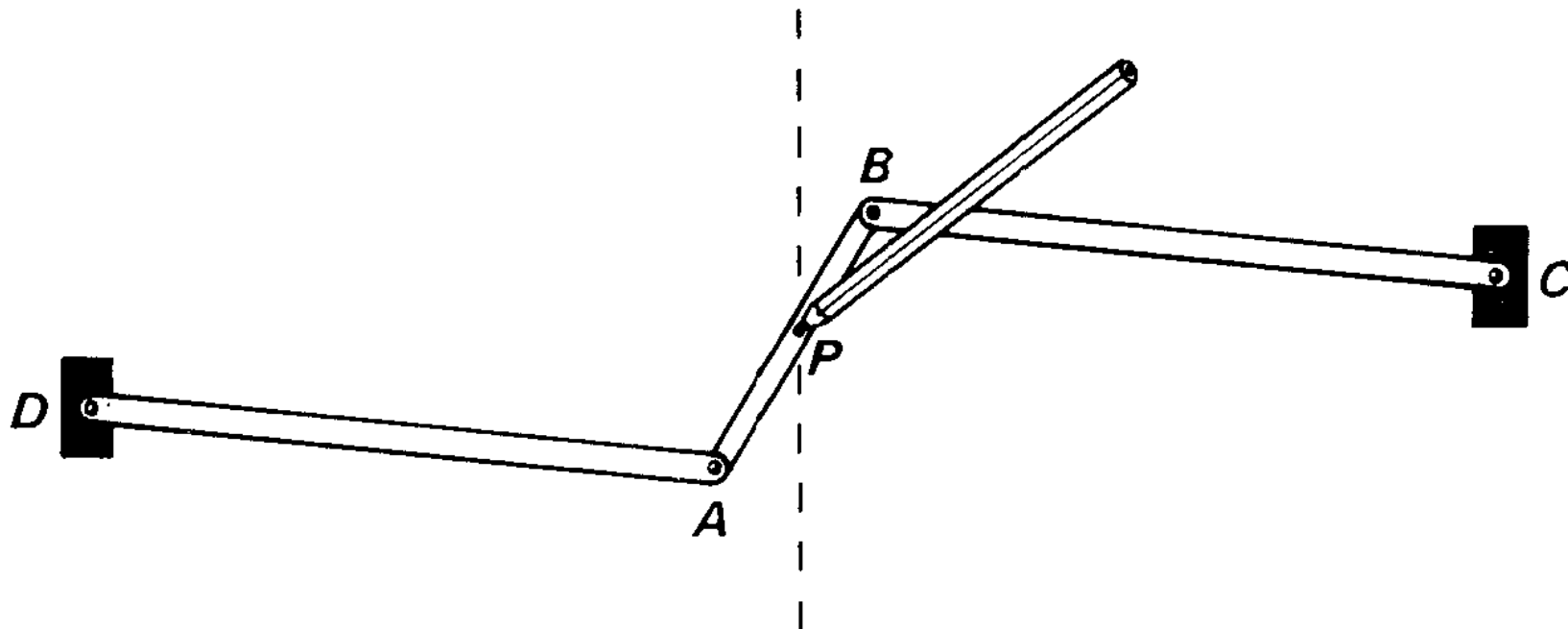
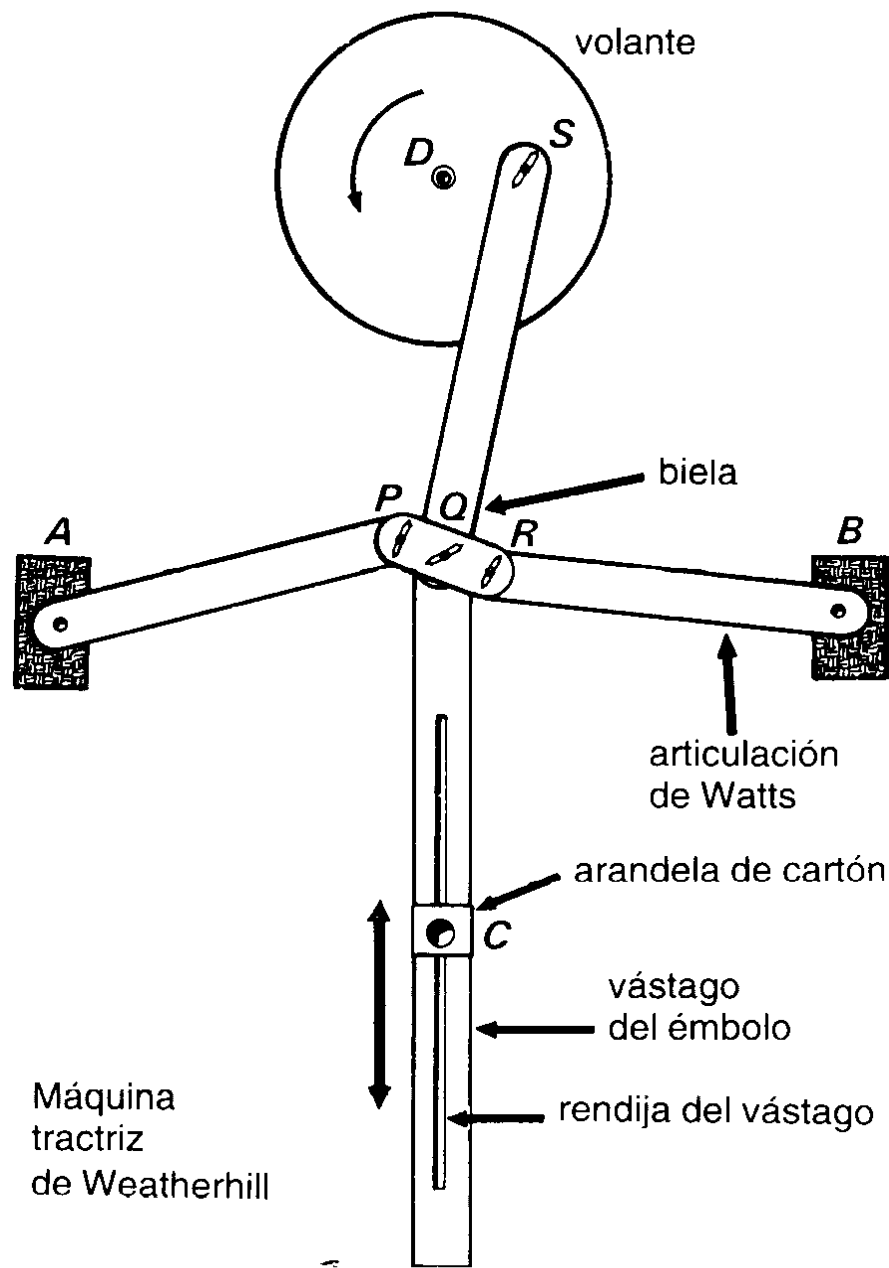


Imagen 1.162.

Se puede admirar un ejemplo muy claro de este montaje en el Museo Nacional del Ferrocarril, en York, instalado en una gran máquina de vapor, la máquina de tracción de Weatherhill (1883), que fue utilizada para izar pesadas vagonetas de mina por pendientes muy escarpadas.



Máquina tracteriz de Weatherhill

Imagen 1.163.

644	<p><b>MECANISMO DIRECTRIZ RECTILINEO DE WATT DE CUATRO ELEMENTOS ARTICULADOS</b></p>	PA DI
-----	--	----------

Las longitudes de los elementos del mecanismo de cuatro elementos articulados  $ABCD$  satisfacen las condiciones:  $AB = DC$ ,  $BC = 0,62 AB$ ,  $BE = EC$  y  $AD = 2,15 AB$ . Cuando el elemento 1 gira alrededor del eje fijo  $A$ , el punto  $E$  del elemento 2 describe una trayectoria  $q-q$  cuyo tramo  $H$  es aproximadamente recto.

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

8.3.4. Mecanismo Directriz de Watt para la máquina de Cornish.

Uno de los ingenios más utilizados durante cien años en plantas motrices fue la máquina de Cornish o máquina de balancín, impresionante por su enorme y pesado balancín de fundición, que oscilaba lentamente arriba y abajo (Fig. 55). Al oscilar el balancín, su extremidad E describía un arco de círculo no permanecía alineada con la corredera del émbolo. Para garantizar que el extremo P de la corredera se moviese en línea recta, Watt diseñó un mecanismo que incorporaba las propiedades del paralelogramo articulado a las de su montaje de desplazamiento rectilíneo. En el esquema de la figura,  $DA=AE=BP=BC$  y  $AB=EP$ . C es un punto fijo, por lo que DABC constituye un montaje rectilíneo de Watt, en el que Q se desplaza verticalmente en línea recta. Ahora bien, ABPE es un paralelogramo articulado, por lo que AB es siempre paralelo a EP. Además, como  $DA=AE$ , el triángulo DEP es semejante al DAQ, por lo que el movimiento de P es homotético del movimiento de Q con centro D y razón o factor de ampliación igual a 2. Dado que Q se mueve verticalmente en línea recta, P también lo hace.

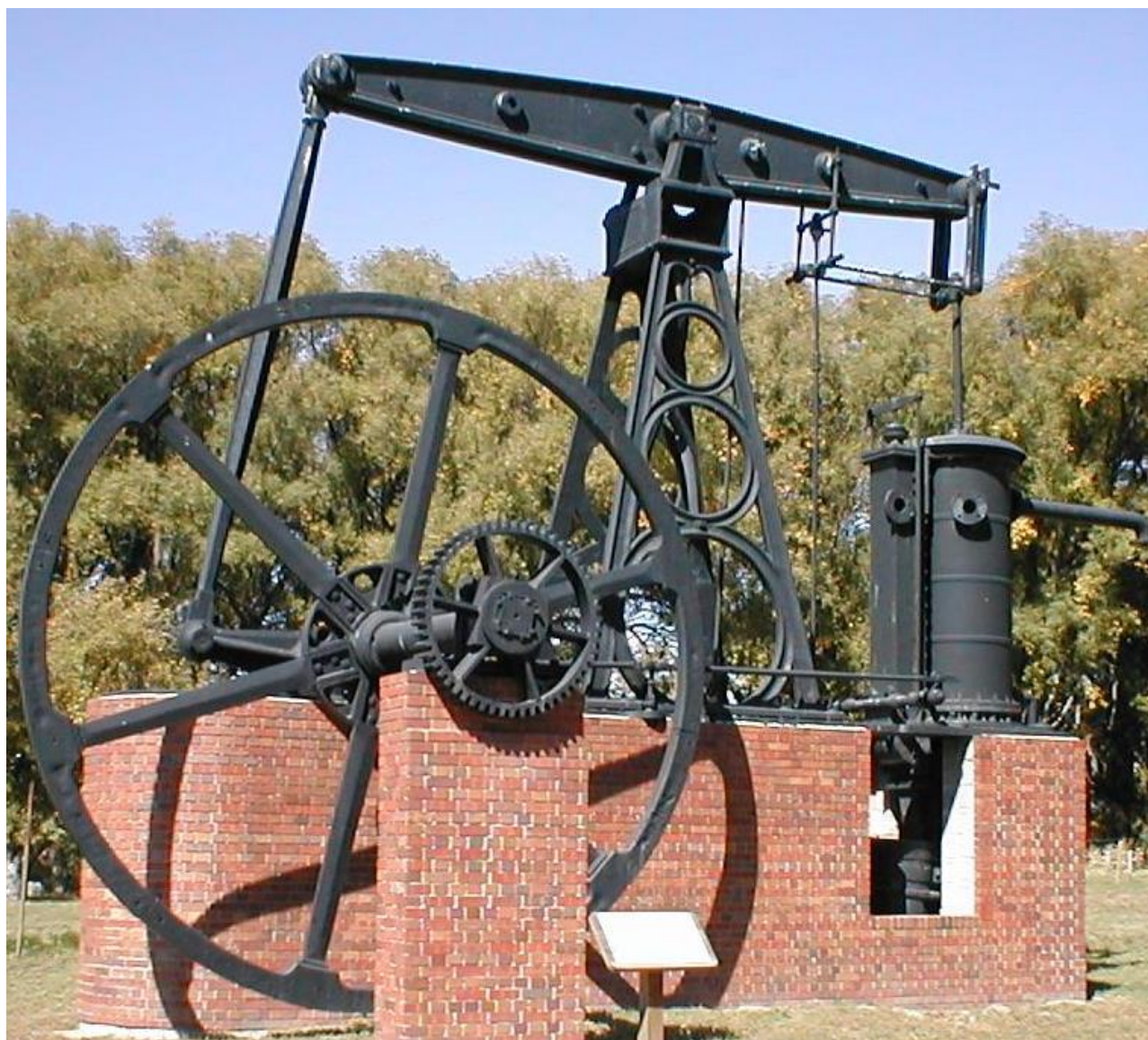
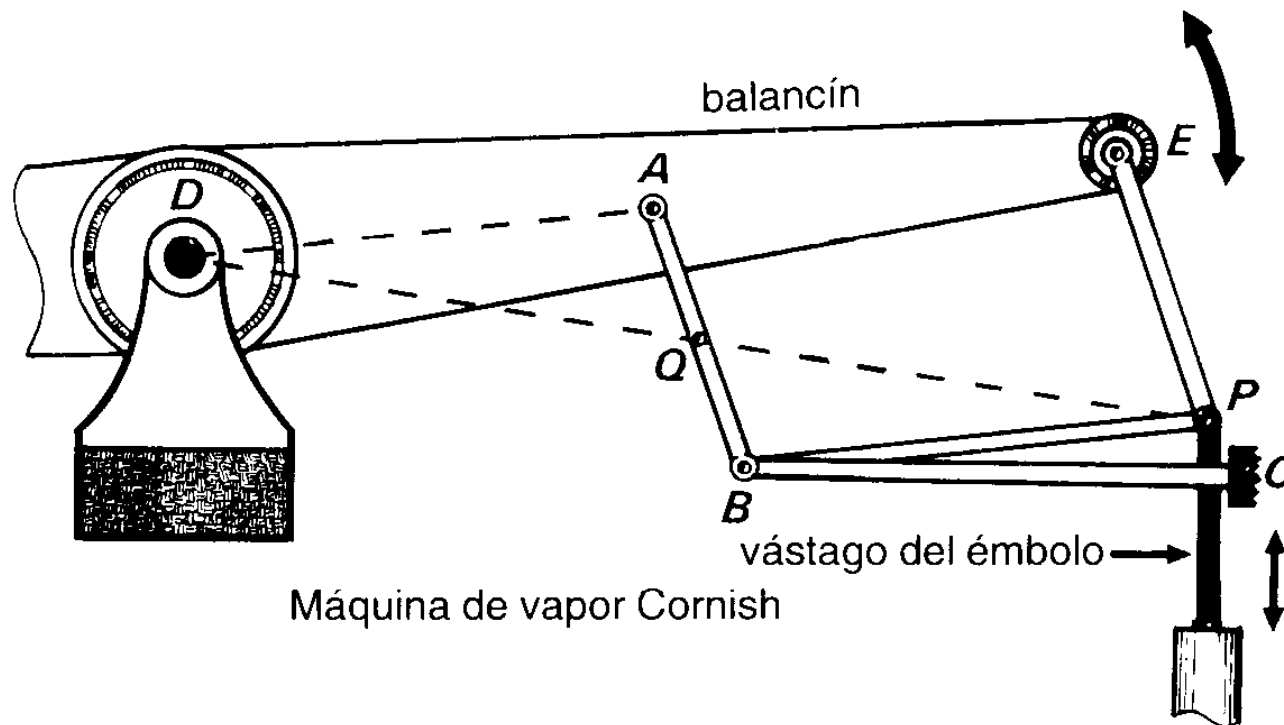
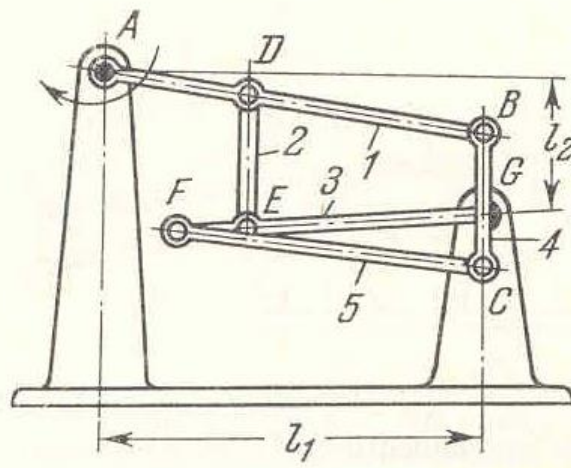


Imagen 1.164.



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:

$$BD = EG = \frac{AB\sqrt{5} - AB}{2};$$

$$CF = GF = \frac{AB\sqrt{5} - AB}{4}$$

y  $BC = DE = l_2 = \frac{AB}{3};$

$$l_1 = AB.$$

El elemento 1, que gira alrededor del eje fijo A, forma los pares de rotación D y B con los elementos 2 y 4. El elemento 3, que gira alrededor del eje fijo G, forma los pares de rotación E y F con los elementos 2 y 5. El elemento 4 forma los pares de rotación B y C con los elementos 1 y 5. Cuando el elemento 1 gira alrededor del eje fijo A, el punto C del elemento 4 describe una trayectoria, un tramo de la cual es aproximadamente una recta.

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"



Imagen 1.165. WATT, James

8.3.5. Mecanismo Directriz de Chevishef.

El matemático ruso Chebishef halló en 1850 una nueva solución. Se valió de un trapecio isósceles articulado cuyos lados se cruzaban como vemos. En esta solución  $BC=AD$  y las distancias son tales que  $AD:CD:AB=5:4:2$ . Lo mismo que antes, el lugar geométrico del punto medio  $P$  de  $AB$  parece ser una línea recta, y por cierto que la aproximación es muy buena, incluso para desplazamientos considerables de la posición simétrica que aquí se muestra. ! Sin embargo, el lugar geométrico completo se asemeja más un semicírculo!



Imagen 1.166. CHEBISHEV, Pafnuty

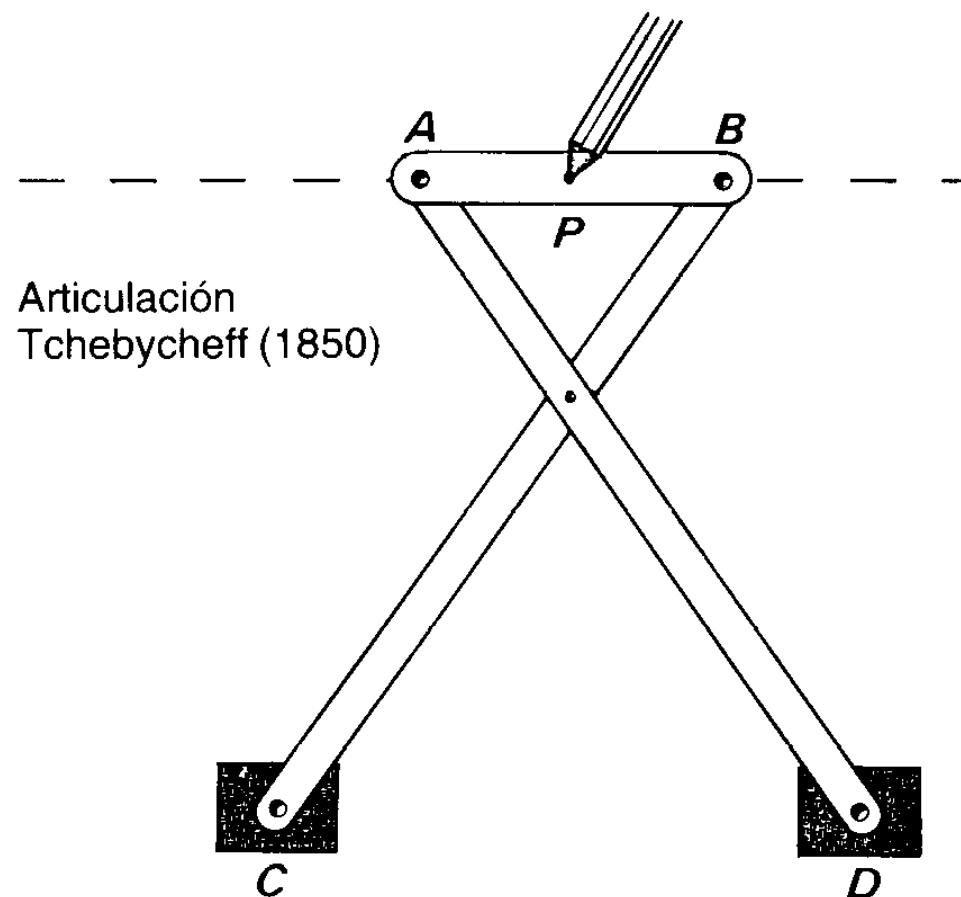
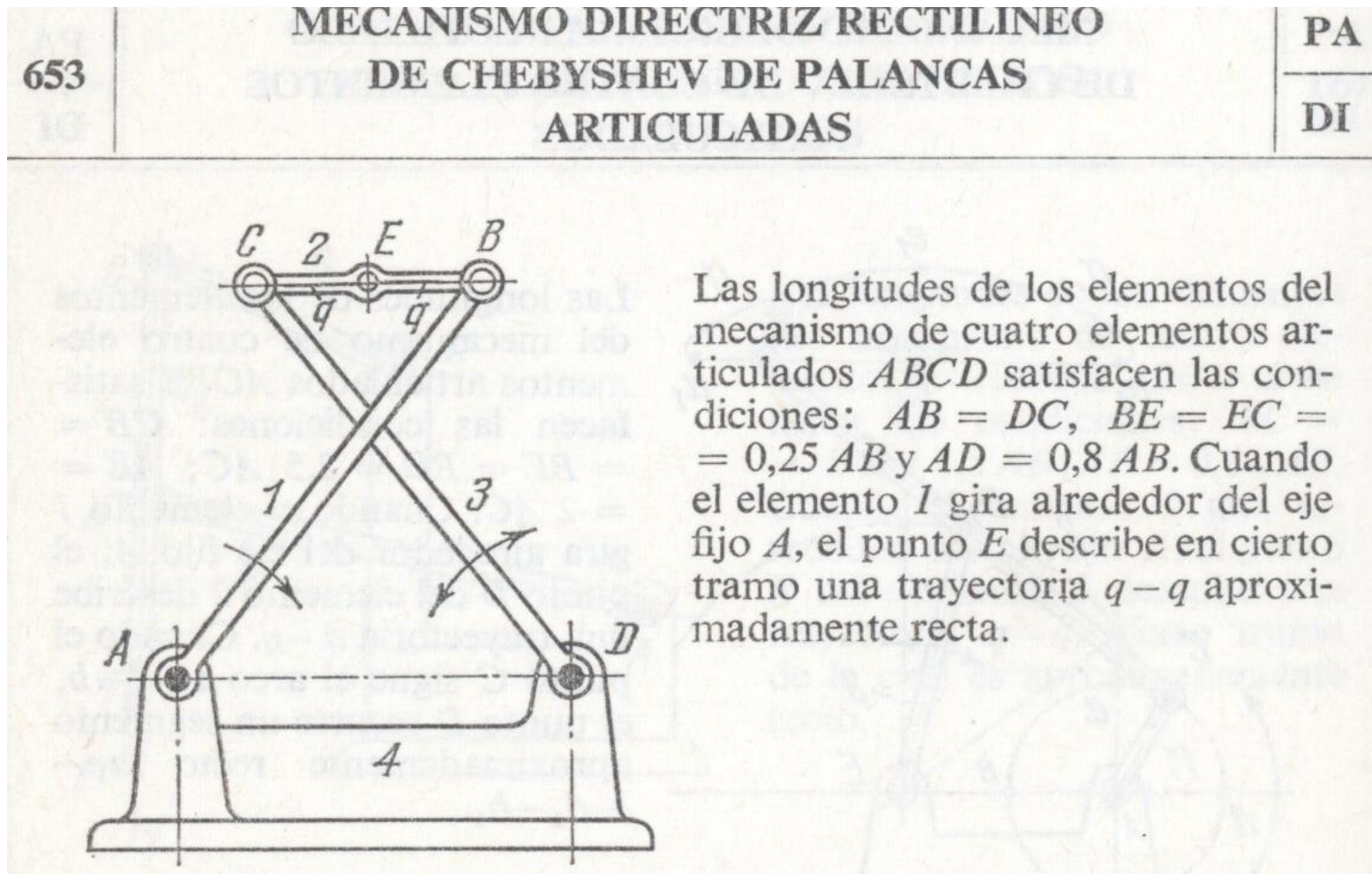


Imagen 1.167.



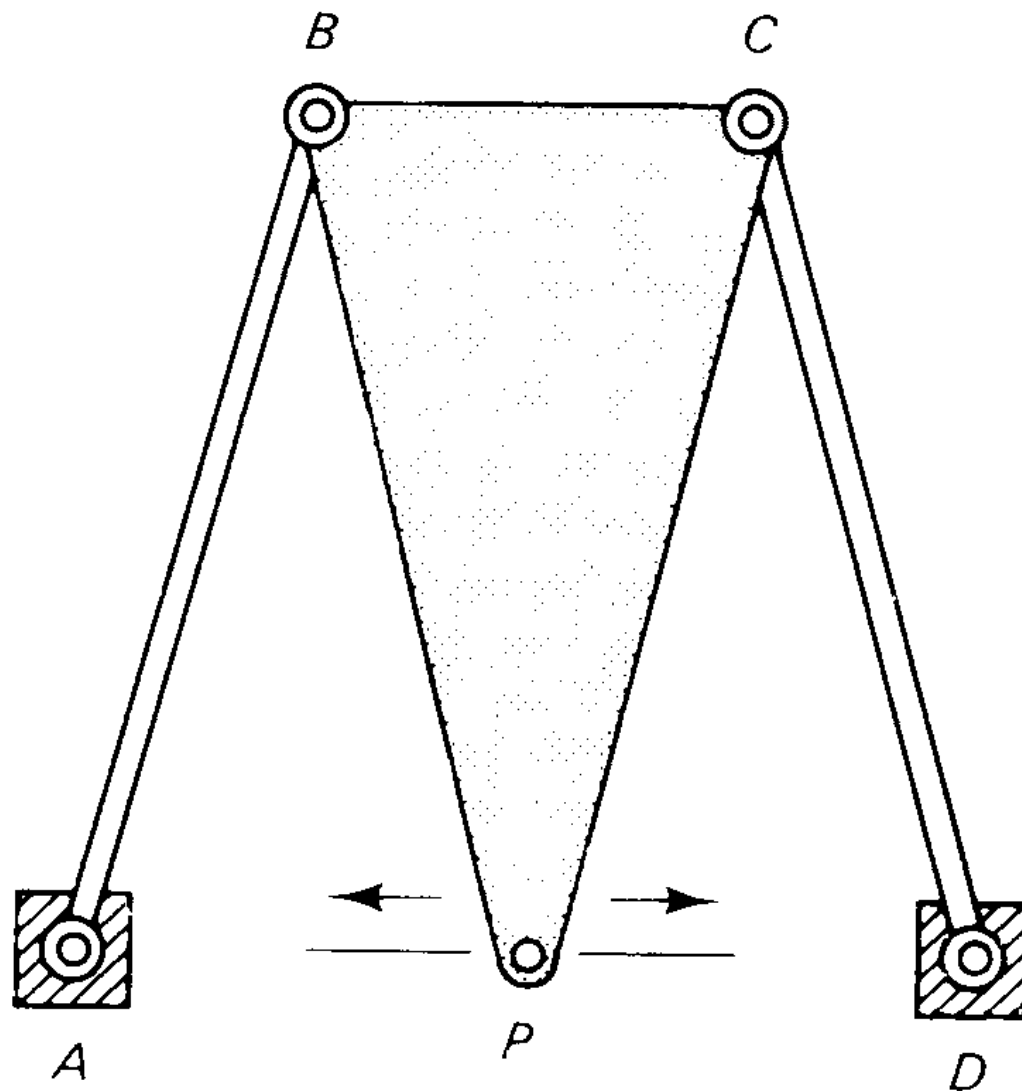
DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

#### 8.3.6. Mecanismo Directriz de Robets.

Una tercera solución que da una aproximación al movimiento rectilíneo es la del británico Richard Roberts, quien propuso en 1860 el mecanismo de la figura 57, basado también en un montaje trapecial. Pero esta vez, en vez, en lugar del punto medio de  $AB$ , lo que hizo fue reemplazar  $AB$  por un triángulo isósceles  $ABP$ , tal que  $CB=BP=PA=AD$ . Resulta experimentalmente que esta solución es la que proporciona una máxima aproximación entre las estudiadas a pesar de que, paradójicamente, su trayectoria completa es la que más se aleja de ella.



Imagen 1.168. ROBERTS, Samuel



Solución de Roberts, 1860

Imagen 1.169.

660	<p><b>MECANISMO DIRECTRIZ RECTILINEO DE ROBERTS DE CUATRO ELEMENTOS ARTICULADOS</b></p>	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">PA</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">DI</td></tr> </table>	PA	DI
PA				
DI				

The diagram shows the Roberts mechanism with links numbered 1, 2, and 3. Link 1 is AB, link 2 is BC, and link 3 is CD. The joints are at A, B, C, and D. A point E is marked on the horizontal line AD, such that BE = CE. The distance from A to E is labeled as 'q', and the distance from E to D is also labeled as 'q'. The mechanism is shown mounted on a base.

Las longitudes de los elementos del mecanismo de cuatro elementos articulados  $ABCD$  satisfacen las condiciones:  $AB = BE = CE = DC$  y  $AD = 2 BC$ . Cuando el elemento 1 gira alrededor del eje fijo  $A$ , el punto  $E$  del elemento 2 describe una trayectoria, cierto tramo de la cual casi coincide con la recta  $q - q$  que pasa por los puntos  $A$  y  $D$ .

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

8.3.7. Sierra de Corte.

Tenemos otra aplicación del mecanismo generador de movimiento rectilíneo en el diseño de una sierra de marco. Con el diseño de la figura, basado en un paralelogramo, la hoja de la sierra oscilará arriba y abajo, pero como C y D estando trazando arcos de circunferencia con centros en X y en Y, la sierra no sólo se moverá arriba y abajo, sino también a izquierda y derecha, esto es, hacia dentro y hacia afuera del corte.

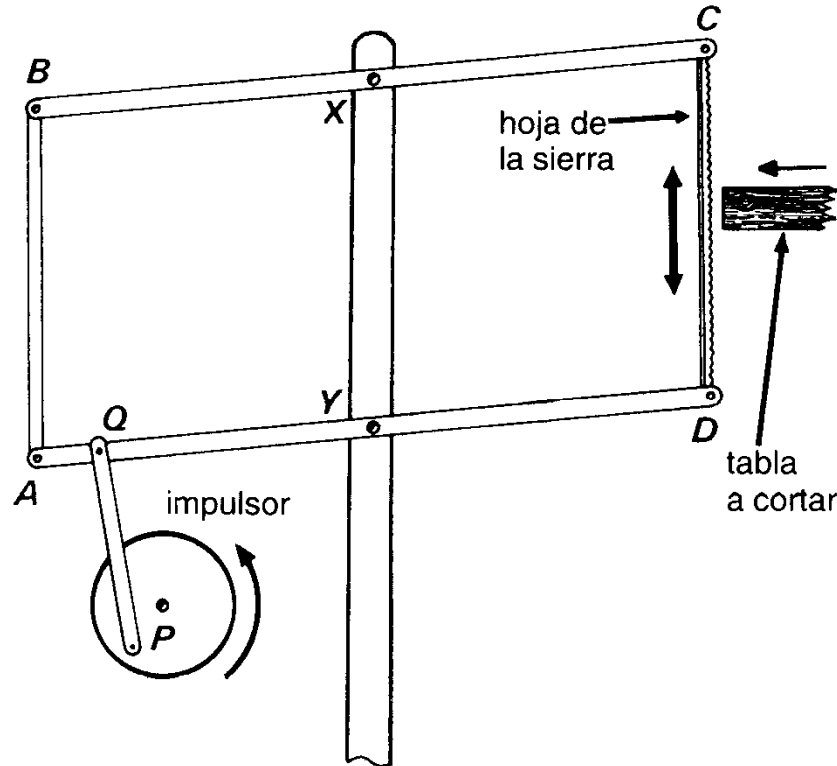


Imagen 1.170.

Una forma de vencer esta dificultad consiste en fijar los extremos de la hoja a sendos montajes de Tchebycheff. Los ingenieros modernos han producido una solución más sofisticada aún. En el decenio de los setenta, un grupo de ingenieros suecos proyectó un mecanismo tal que cada extremo de la sierra describiese un ocho para que la sierra cortase al avanzar en una dirección y se retirase del corte en la vuelta antes de dar la pasada siguiente.

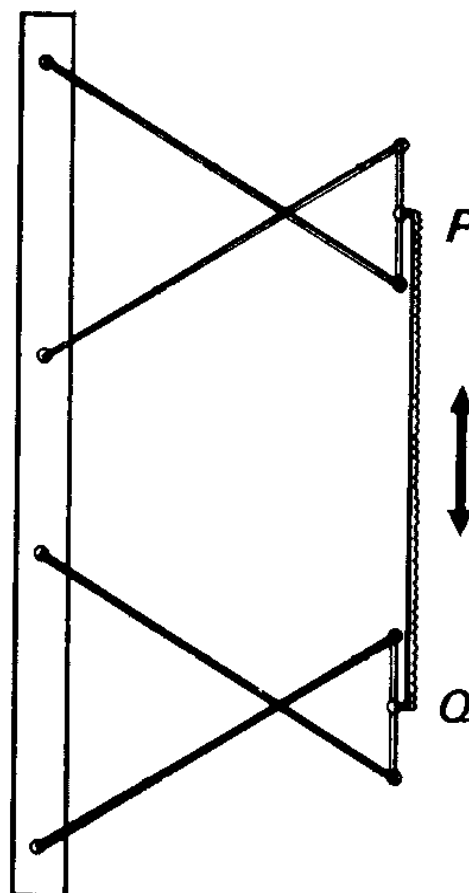
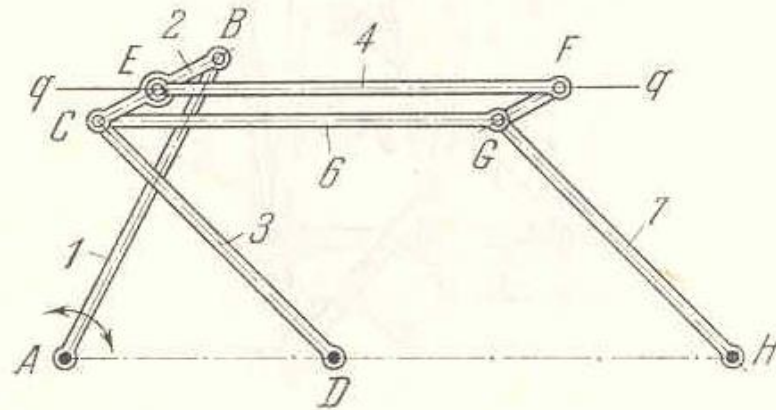


Imagen 1.171.



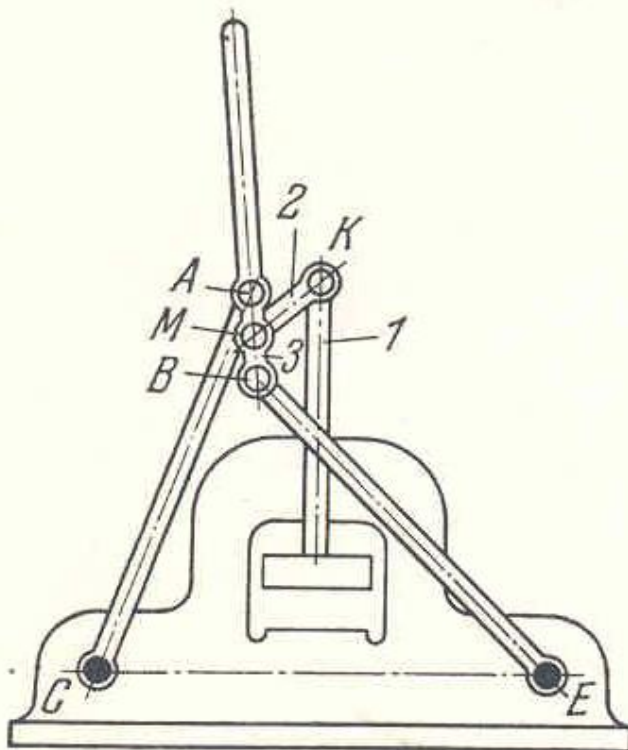
723	<b>MECANISMO DE PALANCAS ARTICULADAS CON UN ELEMENTO QUE EFECTUA UN MOVIMIENTO RECTILINEO DE TRASLACION</b>	PA
		DI



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AD = 0,8 AB$ ;  $AB = DC = HG$ ;  $CE = EB = GF = 0,2 AB$ ;  $EF = CG = DH$ . El mecanismo se basa en un mecanismo de cuatro elementos articulados  $ABCD$ . Cuando el elemento 1 gira alrededor del eje fijo  $A$ , el punto  $E$  de la biela 2 efectúa, en un tramo de su trayectoria, movimiento aproximadamente rectilíneo que coincide con la recta  $q-q$  que pertenece a un plano fijo y es paralela a la dirección  $AH$ . Gracias a las dimensiones escogidas las figuras  $DCGH$  y  $CEFG$  son paralelogramos y el elemento 4 efectúa movimiento de traslación. En este caso, cuando el punto  $E$  se desplaza por el tramo aproximadamente rectilíneo de su trayectoria, todos los puntos del elemento 4 efectuarán también movimientos aproximadamente rectilíneos y el eje  $EF$  del elemento 4 se desliza a lo largo de la recta  $q-q$ . Los elementos 3 y 7 giran alrededor de los ejes fijos  $D$  y  $H$ .

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

878	<b>MECANISMO DE PALANCAS ARTICULADAS DE UNA PRENSA DE CHEBYSHEV</b>	PA
		MP



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AC = BE = 1$ ;  $CE = 1,105$ ;  $AM = BM = 0,19$  y  $MK = 0,211$ . El elemento 2 está unido con el mecanismo simétrico de cuatro elementos articulados  $CABE$  de Chébyshev. El elemento 2 transmite el movimiento al elemento 1. El elemento motriz es la biela 3, cuyo movimiento complicado se transforma en movimiento de traslación del elemento 1.

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

8.3.8. Sistema de Suspensión basado en el Mecanismo de Watt.

En el diseño de los sistemas de suspensión de vehículos pesados hay que permitir el desplazamiento vertical de los ejes e impedir todo movimiento lateral. Una de las formas de conseguirlo es recurrir a un montaje de Watt con suspensión de muelle helicoidal. El sistema se ha incorporado en la suspensión trasera de los coches modernos, caracterizados por su buen agarre a la calzada.

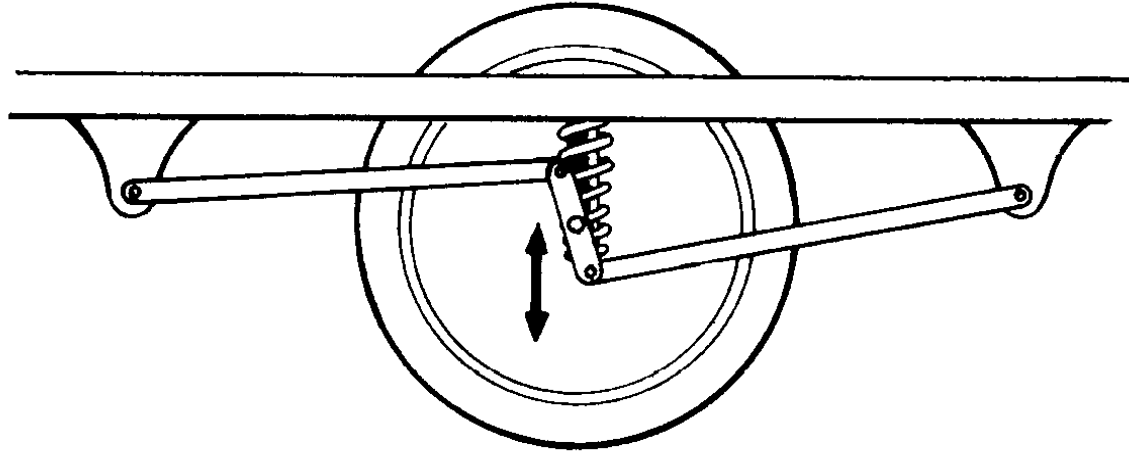


Imagen 1.172.



Imagen 1.173. PT CRUISER

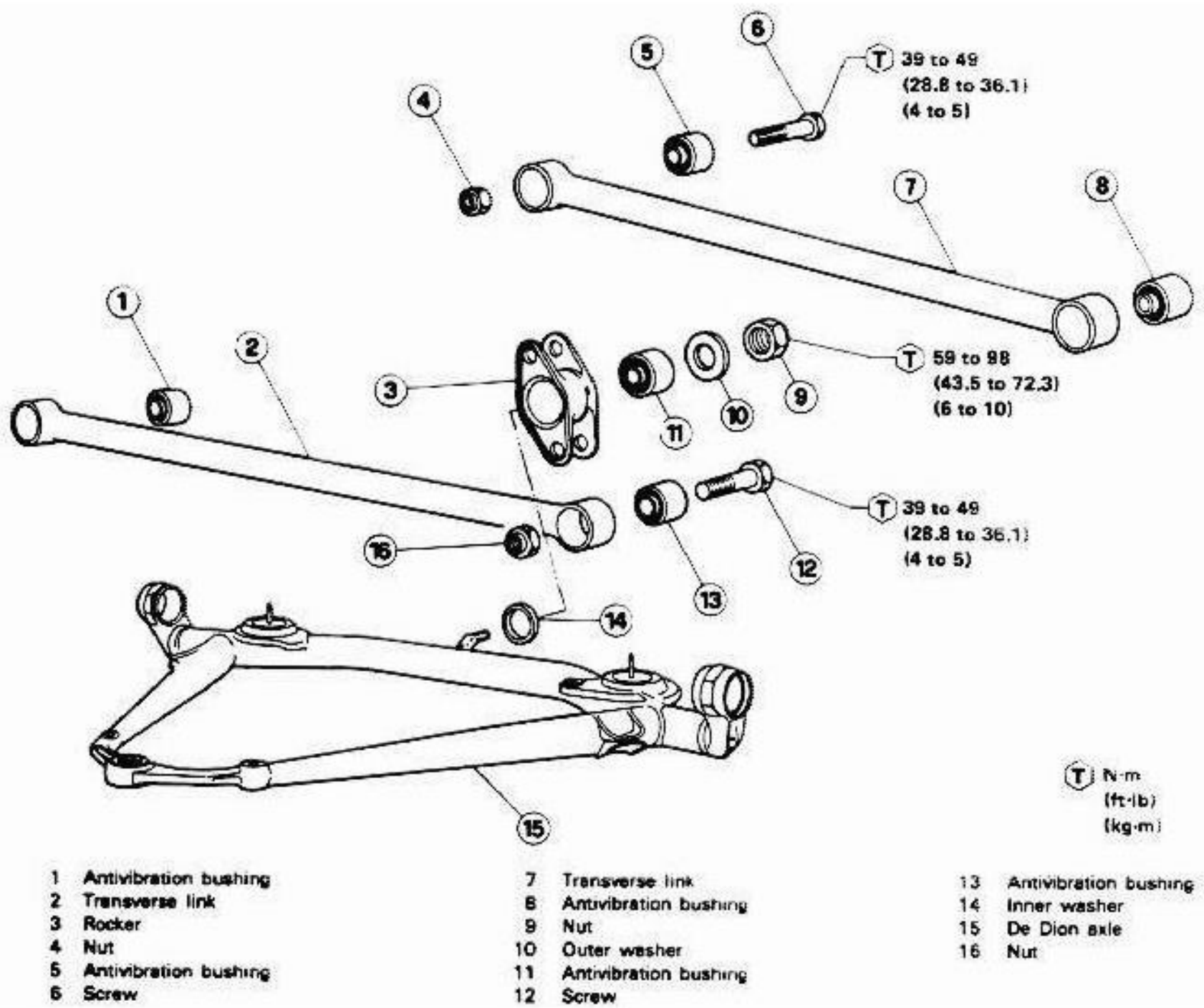




Imagen 1.174. ALFA ROMEO 75



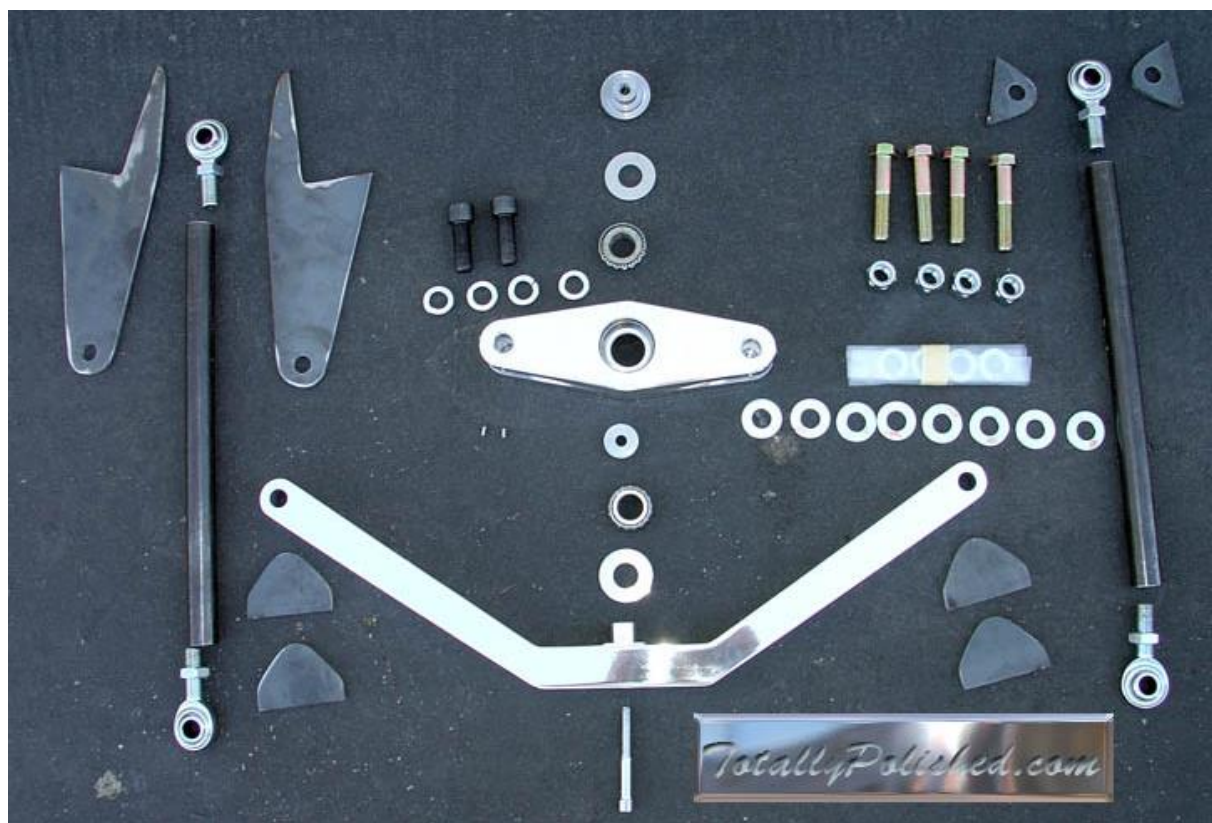


Imagen 1.175. KIT



Imagen 1.176. Aplicación a un todo terreno.

8.3.9. Solucion de Peaucellier.

Ninguna exposición del problema del movimiento rectilíneo está completa sin una ojeada a la solución de Peaucellier. Peaucellier era oficial del ejército francés; su solución, publicada en 1864, le resulta especialmente grata al matemático, pues proporciona teóricamente una línea recta exacta. Su solución consiste en un rombo articulado ABPQ conectado en A y en B a un punto fijo O mediante brazos iguales. Aplicando el teorema de Pitágoras, no resulta difícil demostrar que  $OP \times OQ = OA^2 - AP^2 = \text{constante}$ , lo cual entraña que la relación entre P y Q es la inversión con respecto a una circunferencia de centro O.

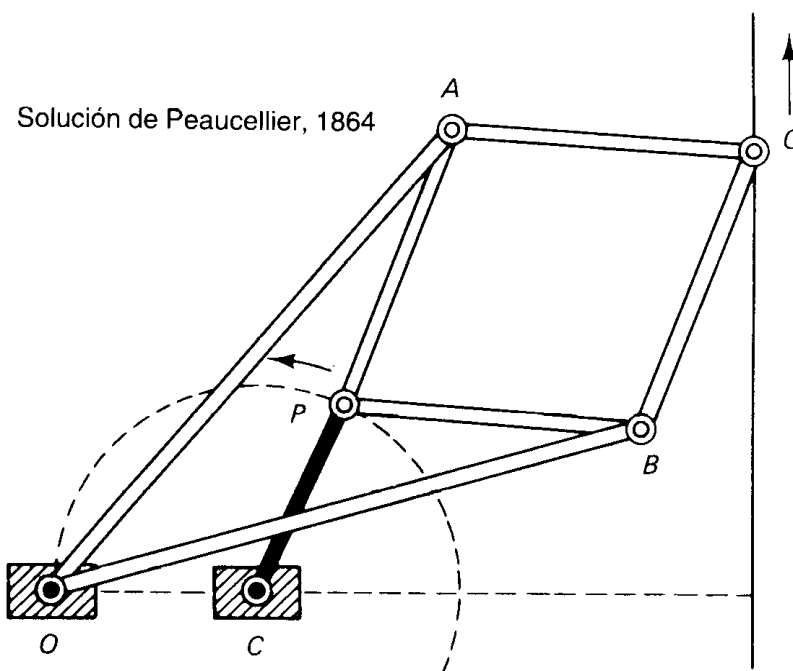
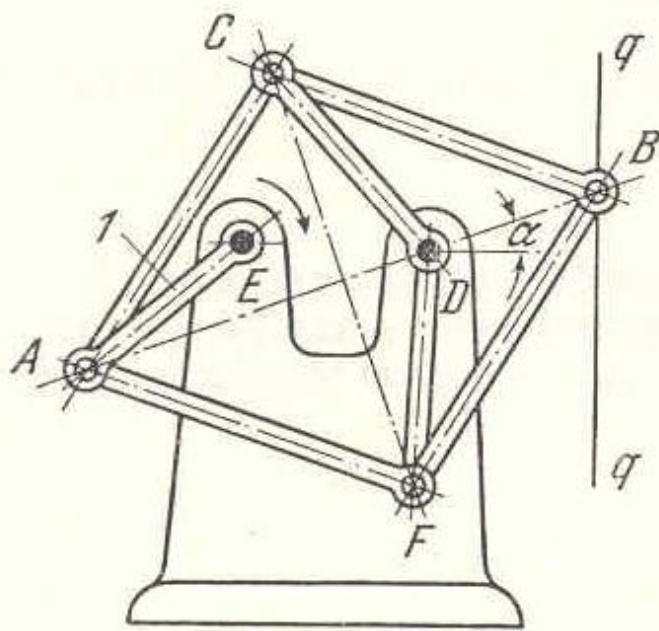


Imagen 1.177.

702	<b>MECANISMO DIRECTRIZ DE POSSELIER-LIPKIN DE PALANCAS ARTICULADAS</b>	PA
		DI



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AC = CB = BF = FA = a$ ;  $DF = DC = b$ ;  $EA = ED$ . Al girar el elemento 1 el punto B del mecanismo sigue la recta  $q - q$  perpendicular a la dirección  $ED$ . En el mecanismo se observa siempre la condición

$$DA \cdot DB = a^2 - b^2 = \text{const.}$$

La ecuación polar de la recta  $q - q$  es

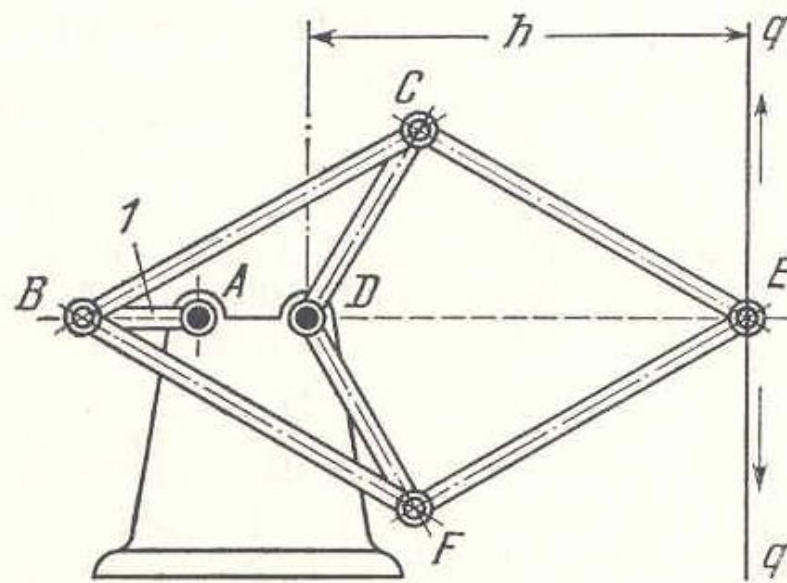
$$DB \cos \alpha = \frac{a^2 - b^2}{2 ED} = \text{const.}$$

Las direcciones  $AB$  y  $CF$  son siempre mutuamente perpendiculares.



DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

703	<b>MECANISMO DIRECTRIZ RECTILINEO DE POSSELIER-LIPKIN DE PALANCAS ARTICULADAS</b>	PA
		DI



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:

$$BC = CE = EF = FB = a;$$

$$DC = DF = b \quad \text{y} \quad AB = AD.$$

En el mecanismo se observa siempre la condición de inversión

$$DB \cdot DE = a^2 - b^2 = k^2,$$

donde  $k$  es la constante de inversión. Cuando la manivela 1 gira alrededor del eje fijo A, el punto E se mueve por la recta  $q - q$  perpendicular a la dirección  $AD$  y que se encuentra del punto D a la distancia  $h$  igual a

$$h = \frac{k^2}{2 AB}.$$

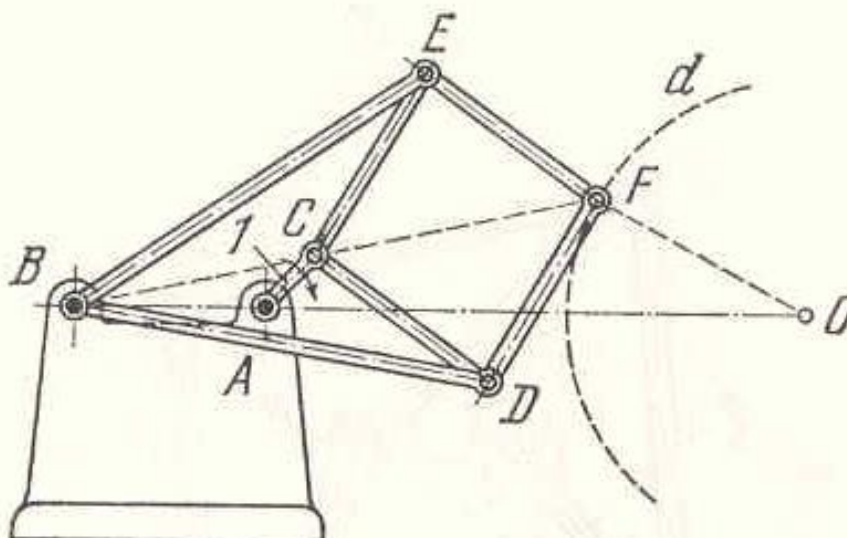


704

**MECANISMO DE POSSELIER-LIPKIN  
DE PALANCAS ARTICULADAS PARA  
LA INVERSION DE UNA CIRCUNFERENCIA**

PA

DI



Las longitudes de los elementos satisfacen las condiciones:

$$CE = CD = DF = EF = a;$$

$$BE = BD = b;$$

$$AB > AC.$$

En el mecanismo se observa siempre la condición de inversión

$$BC \cdot BF = b^2 - a^2 = k^2,$$

donde  $k$  es la constante de inversión. Cuando la manivela  $I$  gira alrededor del eje fijo  $A$ , el punto  $F$  describe una circunferencia  $d$  que representa una inversión de la circunferencia descrita por el punto  $C$ . El centro  $O$  de la circunferencia descrita por el punto  $F$  se encuentra sobre la recta que une los puntos  $B$  y  $A$ . Las distancias  $BA$  y  $BO$  están ligadas por la ecuación

$$BO = BA \frac{k^2}{(BA)^2 - (AC)^2}.$$

El radio  $OF$  de la circunferencia descrita por el punto  $F$  es igual a

$$OF = AC \frac{BO}{BA}.$$

Si se observan las proporciones elegidas de las longitudes de los elementos, el punto  $F$  describirá solamente un arco de circunferencia limitado por el ángulo de giro de la manivela  $I$ .

Por otra parte, una propiedad de la inversión es que si  $P$  describe una trayectoria circular alrededor de  $O$ , su imagen  $Q$  describirá una línea recta. Hacer que  $P$  recorra tal circunferencia es fácil: basta fijarlo a una barra  $PC$ . La teoría de este montaje no desbordará los conocimientos del lector, si este está familiarizado con la transformación compleja  $Z \rightarrow 1/Z$ , en cualquier caso, no hay dificultad en construir el montaje articulado de Peaucellier y convencerse por la vía práctica de sus propiedades excepcionales. Aunque el trabajo de Peaucellier proporciona una solución teóricamente perfecta de la generación de un movimiento en línea recta, en la práctica consta de demasiadas articulaciones y no es tan fiable ni preciso como las soluciones simples ya explicadas, basada en montajes trapeciales.

705	MECANISMO DE POSSELIER-LIPKIN DE PALANCAS ARTICULADAS PARA LA INVERSION DE UNA CIRCUNFERENCIA	PA <hr/> DI
-----	---	----------------

Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $CE = EF = FD = DC = a$ ;  $BE = BD = b$  y  $AC > AB$ . En el mecanismo se satisface siempre la condición de inversión  $BC \cdot BF = a^2 - b^2 = k^2$ , donde  $k$  es la constante de inversión. Cuando la manivela  $I$  gira alrededor del eje fijo  $A$ , el punto  $F$  describe una circunferencia  $d$  que representa la inversión de la circunferencia descrita por el punto  $C$ . El centro  $O$  de la circunferencia  $d$ , descrita por el punto  $F$ , se encuentra sobre la recta que une los puntos  $A$  y  $B$ . Las distancias  $BA$  y  $BO$  están ligadas por la condición

$$BO = BA \frac{k^2}{(AC)^2 - (BA)^2}.$$

El radio  $OF$  de la circunferencia  $d$ , descrita por el punto  $F$ , es igual a

$$OF = AC \frac{BO}{BA}.$$

Si se observan las proporciones elegidas de las longitudes de los elementos, el punto  $F$  describirá una circunferencia completa en una vuelta de la manivela  $I$  alrededor del eje  $A$ .

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

8.3.10. Solucion de Sylvester.

El matemático británico Sylvester (1814-1897) quedó tan fascinado por el sistema articulado de Peaucellier para la generación de movimiento rectilíneo que se propuso descubrir un sistema propio. El montaje que vemos en la figura es uno de los que ideó. Consta de dos "cometas" semejantes, ACDE y DFBC, una de las cuales tiene la mitad de las dimensiones lineales de la otra. Con tales dimensiones puede demostrarse que EF forma siempre un ángulo recto con AC, por lo que manteniendo fijo F y añadiendo la barra OA de modo que OABF sea un paralelogramo, AC se desplazará siempre paralelamente a sí mismo, con el resultado de que E se mueve siempre en línea recta.

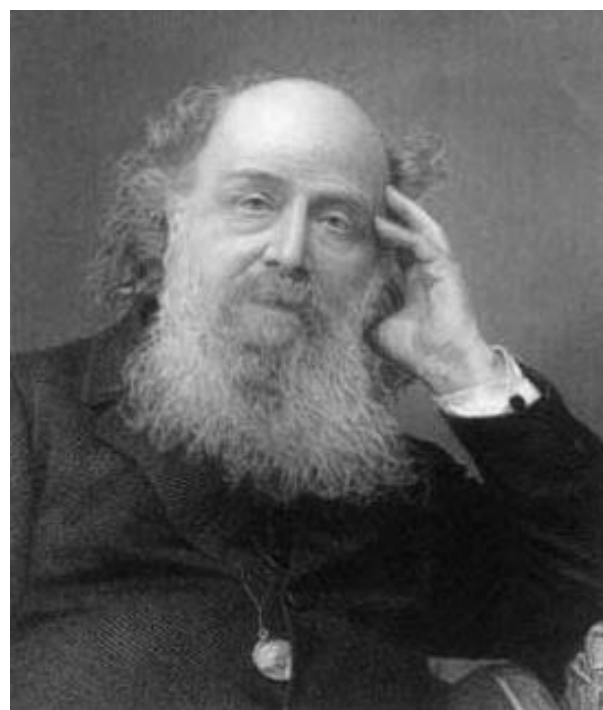


Imagen 1.178. SYLVESTER, James J

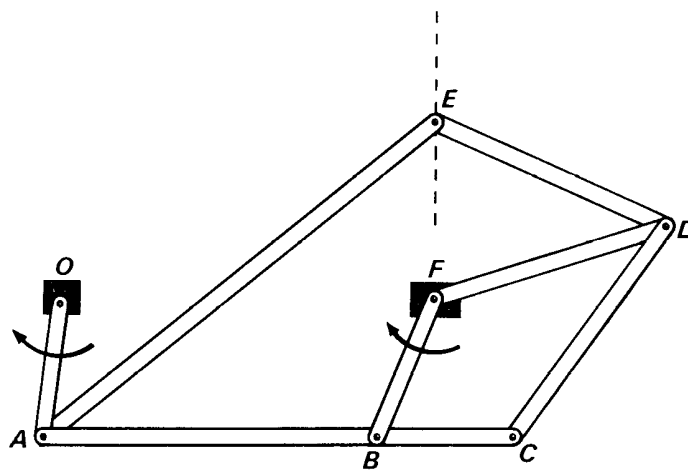


Imagen 1.179.

**8.3.11. Adaptacion del Mecanismo Directriz de Tchebycheff.**

El sistema articulado de la figura 63 muestra cómo adaptar el mecanismo rectilíneo de Tchebycheff para conseguir que una plataforma se mueva a una altura constante conservando su propio paralelismo. No hay dificultad de reconocer el montaje ABCD de Tchebycheff; el punto medio P de la barra AB se desplaza sobre una trayectoria sensiblemente rectilínea y paralela a CD. La distancia PQ es  $1/2 CD$ , R es el punto medio de AD y  $RQ = 1/2 AD$ .

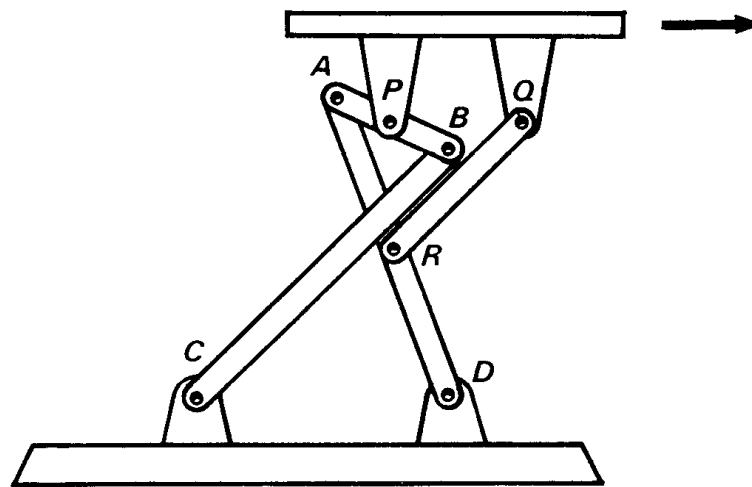


Imagen 1.180.

**8.3.12. Mecanismo de Sylvester-Kempe para Traslación de Plataforma.**

Sylverter y Kempe idearon un sistema articulado que proporcionaba una solución teórica exacta del problema de traslación de la plataforma, al cual el montaje mostrado sólo ofrece una solución aproximada.



Imagen 1.181. KEMPE, Alged Bray.

698	<b>MECANISMO DIRECTRIZ RECTILINEO DE SYLVESTRE-KEMPE DE PALANCAS ARTICULADAS</b>	PA DI
-----	--	----------

Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:

$$DE = FG; \quad DF = EG;$$

$$PF = EQ; \quad DP = GQ; \quad AB = OB - OA;$$

$$OB = \frac{K^2}{2OA \cos \theta} \quad \text{y} \quad \frac{OE}{OD} = \frac{QE}{QG} = \frac{PF}{PD},$$

donde  $\theta = \alpha + \beta$  y  $K^2 = EQ \cdot QG - EO \cdot OD$ .

La figura  $DEGF$  es un antiparalelogramo. Cuando el elemento 2 gira alrededor del eje fijo  $A$ , el punto  $P$  del triángulo  $PFD$ , que pertenece al elemento 5, describe una circunferencia  $p-p$  de radio  $r = AP$ . El punto  $Q$  del triángulo  $QEG$ , que pertenece al elemento 4, describe una recta  $q-q$  que pasa por el punto  $B$  y forma un ángulo  $\theta$  con la recta  $n-n$  perpendicular a la dirección  $OAB$ . El mecanismo posee la propiedad de que desde el punto  $O$  se ven los puntos  $P$  y  $Q$  bajo un ángulo constante  $\theta$ .

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL “ATLAS DE ARTOBOLEVSKI”

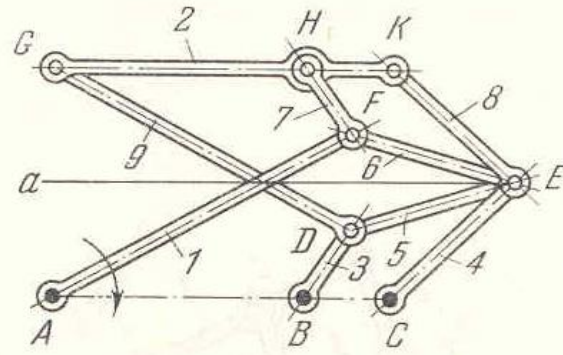
719	<b>MECANISMO DE PALANCAS ARTICULADAS DE KEMPE CON UN ELEMENTO QUE EFECTUA MOVIMIENTO RECTILINEO DE TRASLACION</b>	PA DI
-----	---	----------

Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AD = CE = EF = EK = DG$ ;  $AC = DE = GK = AF$  y  $HK = HF$ . Las figuras  $ADEC$  y  $DGKE$  son paralelogramos, y las figuras  $AFEC$  y  $HKEF$  romboides. El elemento 1 gira alrededor del eje fijo  $A$  y forma pares de rotación  $F$  con los elementos 6 y 7. El elemento 5 gira alrededor del eje fijo  $A$  y forma pares de rotación  $D$  con los elementos 3 y 9. El elemento 4 gira alrededor del eje fijo  $C$  y forma pares de rotación  $E$  con los elementos 3, 7 y 8. El elemento 2 forma los pares de rotación  $G, H$  y  $K$  con los elementos 9, 6 y 8. Cuando el elemento 1 gira alrededor del eje fijo  $A$ , el elemento 2 efectúa movimiento rectilíneo de traslación en el sentido perpendicular a la dirección  $AC$ .

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL “ATLAS DE ARTOBOLEVSKI”

729	<b>MECANISMO DE PALANCAS ARTICULADAS DE KEMPE CON UN ELEMENTO QUE EFECTUA MOVIMIENTO RECTILINEO DE TRASLACION</b>	PA
		DI



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:

$$AF = AC = GK = GD;$$

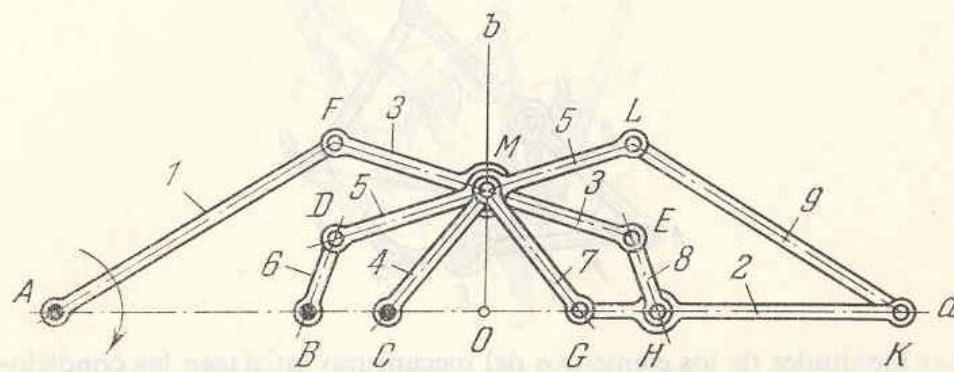
$$EC = ED = EK = EF = \frac{AC}{2};$$

$$HK = HF = BC = BD = \frac{CE}{2}.$$

Las figuras *GKED*, *AFEC*, *HKEF* y *BDEC* son romboides. El eje *Ea*, paralelo a la recta *ABC*, es el eje de la imagen especular de las partes superior e inferior del mecanismo. El elemento 1 gira alrededor del eje fijo *A* y forma pares de rotación *F* con los elementos 6 y 7. El elemento 3 gira alrededor del eje fijo *B* y forma pares de rotación *D* con los elementos 5 y 9. Los elementos 5, 6 y 8 forman pares de rotación *E* con el elemento 4 que gira alrededor del eje fijo *C*. El elemento 2 forma los pares de rotación *G*, *H* y *K* con los elementos 9, 7 y 8. Cuando el elemento 1 gira alrededor del eje *A*, el elemento 2 efectúa movimiento rectilíneo de traslación en el sentido perpendicular a la dirección *ABC*.

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL “ATLAS DE ARTOBOLEVSKI”

730	<b>MECANISMO DE PALANCAS ARTICULADAS DE KEMPE CON UN ELEMENTO QUE EFECTUA MOVIMIENTO RECTILINEO DE TRASLACION</b>	PA
		DI



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AF = AC = KL = KG$ ;  $MF = MC = ME = ML = MG = MD$  y  $BD = BC = GH = HE$ . Las figuras *AFMC*, *BDMC*, *MLKG* y *MEHG* son romboides. Los puntos *A*, *B*, *C*, *G*, *H* y *K* se encuentran sobre una recta común *Oa*. El eje *Ob*, perpendicular a la recta *Oa* y que pasa por el punto *M*, es el eje de la imagen especular de las partes derecha e izquierda del mecanismo. El elemento 1 gira alrededor del eje fijo *A* y forma un par de rotación *F* con el elemento 3. El elemento 6 gira alrededor del eje fijo *B* y forma un par de rotación *D* con el elemento 5. El elemento 4 gira alrededor del eje fijo *C* y forma un par de rotación *M* con el elemento 3. Los elementos 3, 5 y 7 forman pares de rotación *M* entre si y los pares de rotación *E*, *L* y *G* con los elementos 8, 9 y 2. El elemento 2 forma los pares de rotación *K* y *H* con los elementos 9 y 8. Cuando el elemento 1 gira alrededor del eje *A*, el elemento 2 efectúa movimiento rectilíneo de traslación a lo largo de la dirección *Oa*.

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL “ATLAS DE ARTOBOLEVSKI”

706	MECANISMO DIRECTRIZ RECTILINEO DE HART DE PALANCAS ARTICULADAS	PA DI
-----	--	----------

Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:

$$EC = GF; \quad EF = CG;$$

$$DE = DC = a; \quad CB = BG = EH = HF = b$$

y

$$AB = AD.$$

En el mecanismo se satisface siempre la condición de inversión  $DB \cdot DH = b^2 - a^2 = k^2$ , donde  $k$  es la constante de inversión. Cuando la manivela  $I$  gira alrededor del eje fijo  $A$ , el punto  $H$  del elemento  $2$  se mueve por la recta  $q - q$  perpendicular a la dirección  $AD$  y que se encuentra del punto  $D$  a la distancia  $h$  igual a

$$h = \frac{k^2}{2 AB}.$$

La figura  $EFGC$  es un antiparalelogramo. Si se observan las proporciones indicadas de las dimensiones del mecanismo, cuando el balancín  $I$  se balancea, el punto  $H$  describe una recta perpendicular a la dirección  $AD$ .

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL “ATLAS DE ARTOBOLEVSKI”

	MECANISMO DIRECTRIZ RECTILINEO DE HART DE PALANCAS ARTICULADAS	PA DI
--	--	----------

Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:

$$BE = \frac{ab^2}{a^2 - b^2};$$

$$EF = \frac{cdb}{d^2 - b^2};$$

$$FG = \frac{adb}{d^2 - b^2};$$

$$GC = \frac{cb^2}{d^2 - b^2};$$

donde

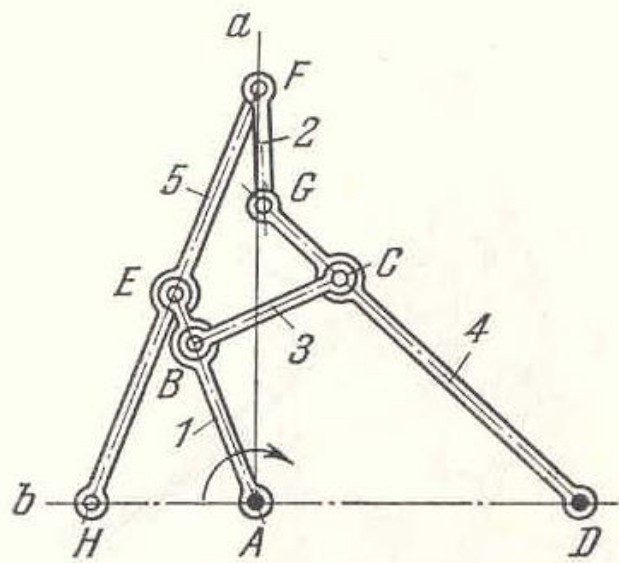
$$a = AB, \quad b = BC, \quad c = CD \quad \text{y} \quad d = AD.$$

El elemento  $1$  gira alrededor del eje fijo  $A$  y forma los pares de rotación  $B$  y  $E$  con los elementos  $3$  y  $2$ . El elemento  $4$  gira alrededor del eje fijo  $D$  y forma los pares de rotación  $C$  y  $G$  con los elementos  $3$  y  $5$ . Los elementos  $2$  y  $5$  forman un par de rotación  $F$ . Cuando el elemento  $1$  gira alrededor del eje fijo  $A$ , el punto  $F$  traza una recta  $Oq$  perpendicular a la dirección  $AD$ . El segmento  $AO$  es igual a

$$AO = \frac{d}{2} \cdot \frac{a^2 - b^2 - c^2 + d^2}{d^2 - b^2}.$$

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL “ATLAS DE ARTOBOLEVSKI”

708	<b>MECANISMO DIRECTRIZ RECTILINEO DE HART DE PALANCAS ARTICULADAS</b>	PA DI
-----	---	----------



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:

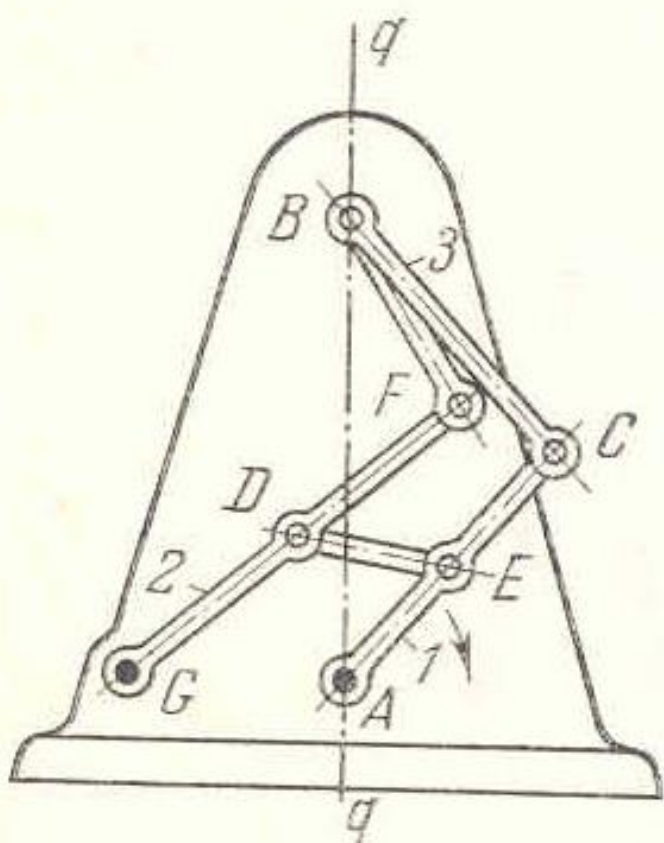
$$AD = DC; \quad AB = BC;$$

$$AE = EF = EH \quad \text{y} \quad CG = GF.$$

La figura  $ABCD$  es un romboide. El elemento  $1$  gira alrededor del eje fijo  $A$  y forma los pares de rotación  $B$  y  $E$  con los elementos  $3$  y  $5$ . El elemento  $4$  gira alrededor del eje fijo  $D$  y forma los pares de rotación  $C$  y  $G$  con los elementos  $3$  y  $2$ . Los elementos  $2$  y  $5$  forman un par de rotación  $F$ . Cuando el elemento  $1$  gira alrededor del eje  $A$ , el punto  $F$  traza una recta  $Aa$ , perpendicular a la dirección  $AD$ , y el punto  $H$  traza una recta  $Ab$  que coincide con la dirección  $AD$ . Los puntos del elemento  $5$  describen elipses. El ángulo  $AEF$  es siempre igual al ángulo  $FGC$ . El ángulo  $FCB$  es igual a  $90^\circ$ .

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

765	<b>MECANISMO DE PALANCAS ARTICULADAS DE HART PARA TRAZAR ELIPSES</b>	PA RC
-----	--	----------



Las longitudes de los elementos del mecanismo satisfacen las condiciones:  $AC = CB$ ;  $AG = DG = BF = \frac{AC}{\sqrt{2}}$ ;  $GF = AC\sqrt{2}$  y  $DE = AE$ . La figura  $GDEA$  es un romboide. Al girar el elemento  $1$  el punto  $B$  sigue una recta  $q-q$ . Los puntos intermedios del elemento  $3$  describen elipses.

DESCRIPCION DE MECANISMO DEL "ATLAS DE ARTOBOLEVSKI"

